의학통계 Session I

최지민
에이스통계컨설팅 대표/ 동아대학교 경영대학 겸임교수
051)746-5405
stat.choi@gmail.com

에이스통계컨설팅
ACE Statistical Consulting

목 차 CONTENTS

I CHAPTER 의학통계 기본개념

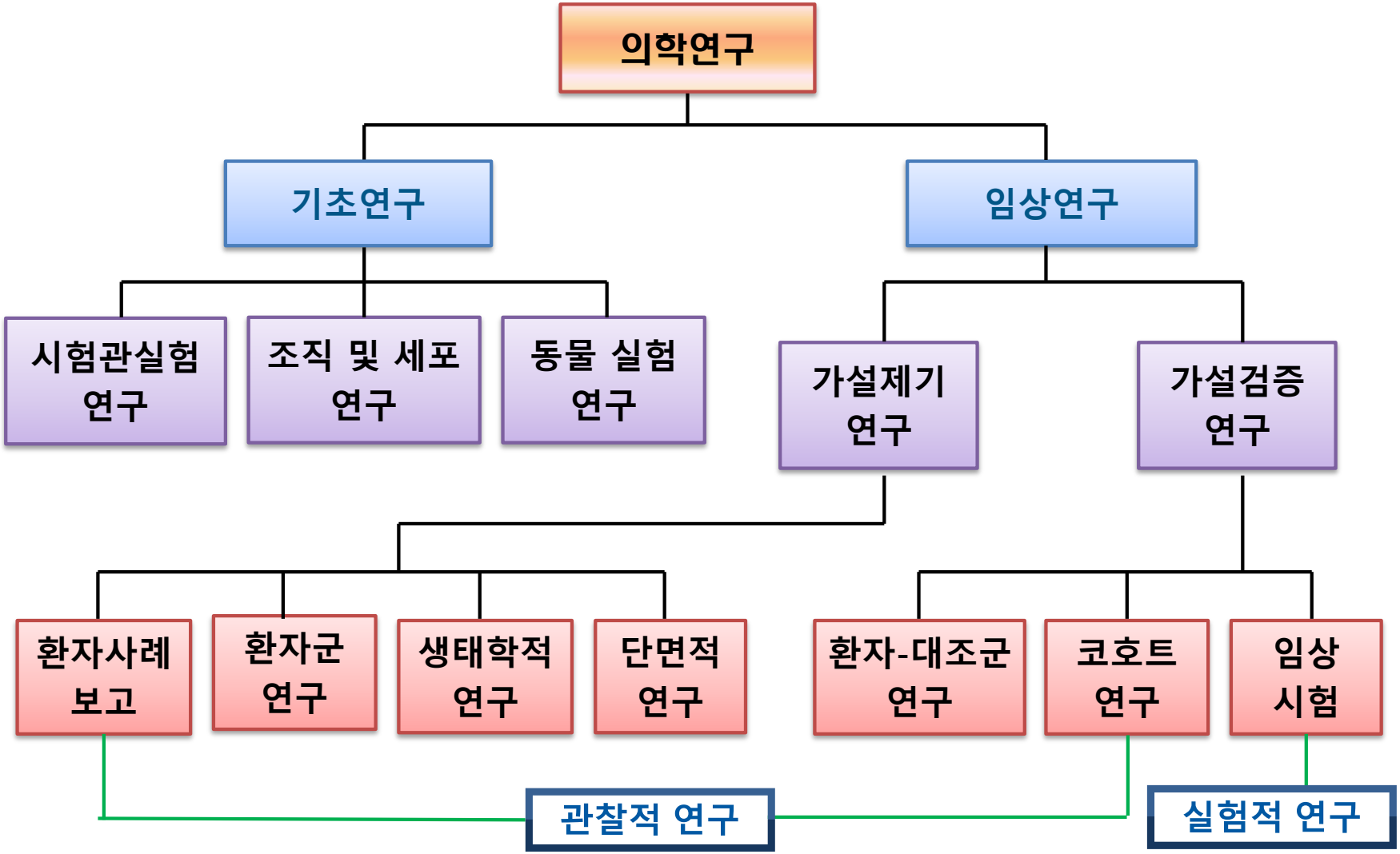
II CHAPTER 범주형 자료분석

1. 카이제곱 검정
2. Fisher의 정확검정

III CHAPTER 연속형 자료분석

1. 독립 t 검정(independent t test)
2. 맨-휘트니 U 검정(Mann-Whitney U test)
3. 대응 t 검정(paired t test)
4. 윌콕슨 부호 순위 검정(Wilcoxon signed rank test)
5. 분산분석(ANOVA)
6. 크루스칼 월리스 검정(Kruskal-Wallis Test)

의학연구의 분류


의학연구
기초연구
임상연구
시험관실험 연구
조직 및 세포 연구
동물 실험 연구
가설제기 연구
가설검증 연구
환자사례 보고
환자군 연구
생태학적 연구
단면적 연구
환자-대조군 연구
코호트 연구
임상 시험
관찰적 연구
실험적 연구

임상연구 설계

구분 (intervention)	연구설계	구분 (인과관계)	설득력의 크기
관찰적 연구	환자사례보고 (Case report)	기술적 연구 (관련성 평가, Association)	가장 약함
	환자군연구 (Case series study)		
	단면적 연구 (Cross-sectional study)		
	환자-대조군연구 (Case-control study)	분석적 연구 (인과성 평가, Causation)	
	코호트연구 (Cohort study)		
실험적 연구	무작위배정 임상시험 (Randomized clinical trial)		가장 강함

가설검정의 기본개념

귀무가설(H_0): 기존의 주장
대립가설(H_1): 연구자가 입증하고자 하는 새로운 주장

		검정결과	
		귀무가설 채택	대립가설 채택
실제상황	귀무가설 참	옳은 결정	제 1 종 오류 α
	대립가설 참	제 2 종 오류 β	옳은 결정 power

P(H_0채택| H_1참) + P(H_1채택| H_1참) = 1

β+ power = 1

유의수준

- 귀무가설이 옳음에도 불구하고 대립가설이 옳다고 잘못 결정내릴 확률로, 일반적으로 0.05를 사용.
- 유의확률은 유의수준보다 작아야 통계적으로 유의함.

연구 결과 요약 및 평가

범주형 자료

- 속성 또는 범주를 나타내는 자료 (예) 성, 혈액형 등
- **빈도와 퍼센트**를 표로 요약
- 카이제곱 검정, 피셔의 정확검정
- CMH(CochraneMantel-Haenzel) test
- 로지스틱 회귀분석 등

연속형 자료

- **평균±표준편차, 중앙값(최소값-최대값)**으로 요약
- **정규성 가정 만족할 경우**
- T test: 한 군 또는 두 군간 비교/ ANOVA: 세 군 이상 비교
- **정규성 가정을 만족하지 못할 경우**
- Mann-Whitney test , Wilcoxon rank sum test: 한 군 또는 두 군간 비교
- 두 연속형 변수 간 관련성 분석: 상관분석, 회귀분석 등

생존형 자료

- **생존율과 생존기간 중위수(95% 신뢰구간)** 등으로 요약
- 카플란-마이어 생존곡선
- 로그순위검정,
- 칵스 비례위험 회귀분석 등

범주형 자료분석

- 카이제곱 검정

카이제곱 검정

- **H0**: 비타민 C와 위약 간 감기예방 효과에 차이가 없다.
- **H1**: 비타민 C와 위약 간 감기예방 효과에 차이가 있다.

	감기에 안 걸림	감기에 걸림	
비타민 C	9 (7)	1 (3)	10
위약	5 (7)	5 (3)	10
	14	6	20

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

O: 관측빈도
E: 기대빈도

$$\chi^2 = \frac{2^2}{7} + \frac{2^2}{7} + \frac{2^2}{3} + \frac{2^2}{3} = 3.81$$

$$P - value = P(\chi^2 > 3.81) = \boxed{0.051}$$

카이제곱 검정

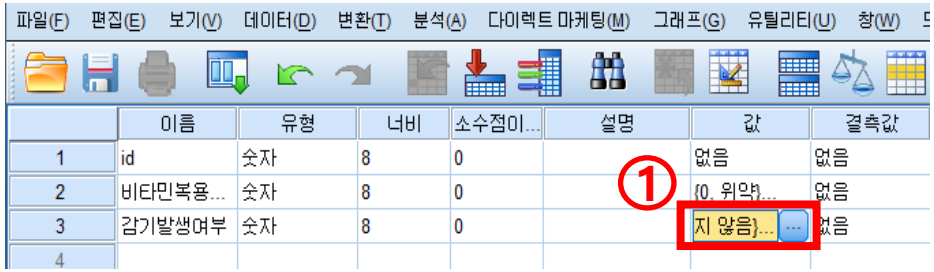
	값	자유도	점근 유의확률 (양측검정)	정확한 유의확률 (양측검정)	정확한 유의확률 (단측검정)
Pearson 카이제곱	3.810[a]	1	.051		
연속수정[b]	2.143	1	.143		
우도비	4.070	1	.044		
Fisher의 정확한 검정				.141	.070
선형 대 선형결합	3.619	1	.057		
유효 케이스 수	20				

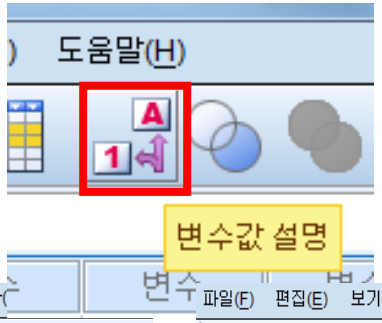
a. 2 셀 (50.0%)은(는) 5보다 작은 기대 빈도를 가지는 셀입니다. 최소 기대빈도는 3.00입니다.

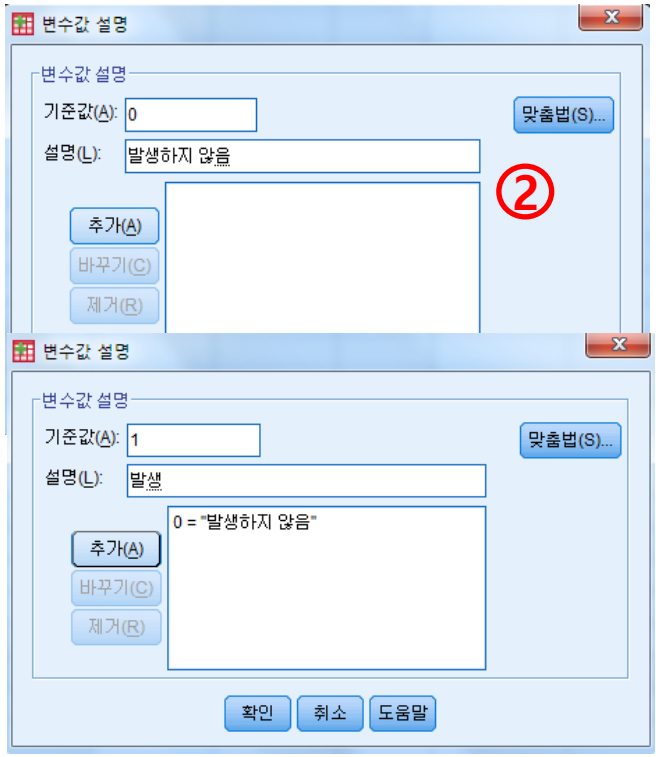
b. 2x2 표에 대해서만 계산됨

유의수준 0.05 하에서 H0를 기각할 만한 뚜렷한 근거가 없으므로 (p>.05), 비타민 C의 감기예방 효과에 대한 유의성은 입증되지 않았다.

변수값 설명







	id	비타민복용여부	감기발생여부
1	1	1	0
2	2	1	0
3	3	1	0
4	4	1	0
5	5	1	0
6	6	1	0
7	7	1	0
8	8	1	0
9	9	1	0
10	10	1	1
11	11	0	0
12	12	0	0
13	13	0	0
14	14	0	0
15	15	0	0
16	16	0	1

	id	비타민복용여부	감기발생여부
1	1	비타민	발생하지 않음
2	2	비타민	발생하지 않음
3	3	비타민	발생하지 않음
4	4	비타민	발생하지 않음
5	5	비타민	발생하지 않음
6	6	비타민	발생하지 않음
7	7	비타민	발생하지 않음
8	8	비타민	발생하지 않음
9	9	비타민	발생하지 않음
10	10	비타민	발
11	11	위약	발생하지 않음
12	12	위약	발생하지 않음
13	13	위약	발생하지 않음
14	14	위약	발생하지 않음
15	15	위약	발생하지 않음
16	16	위약	발

카이제곱 검정 SPSS 수행 절차

카이제곱 검정 SPSS 결과 해석

케이스 처리 요약

	케이스					
	유효		결측		전체	
	N	퍼센트	N	퍼센트	N	퍼센트
비타민복용여부 * 감기발생여부	20	100.0%	0	.0%	20	100.0%

비타민복용여부 * 감기발생여부 교차표

			감기발생여부		전체
			발생하지 않음	발생	
비타민복용여부	위약	빈도	5	5	10
		비타민복용여부 중 %	50.0%	50.0%	100.0%
		감기발생여부 중 %	35.7%	83.3%	50.0%
	비타민	빈도	9	1	10
		비타민복용여부 중 %	90.0%	10.0%	100.0%
		감기발생여부 중 %	64.3%	16.7%	50.0%
전체		빈도	14	6	20
		비타민복용여부 중 %	70.0%	30.0%	100.0%
		감기발생여부 중 %	100.0%	100.0%	100.0%

카이제곱 검정

	값	자유도	점근 유의확률 (양측검정)	정확한 유의확률 (양측검정)	정확한 유의확률 (단측검정)
Pearson 카이제곱	3.810[a]	1	.051		
연속수정[b]	2.143	1	.143		
우도비	4.070	1	.044		
Fisher의 정확한 검정				.141	.070
선형 대 선형결합	3.619	1	.057		
유효 케이스 수	20				

a. 2 셀 (50.0%)은(는) 5보다 작은 기대 빈도를 가지는 셀입니다. 최소 기대빈도는 3.00입니다.

b. 2x2 표에 대해서만 계산됨

H0: 비타민 C와 위약 간 감기예방 효과에 차이가 없다.

H1: 비타민 C와 위약 간 감기예방 효과에 차이가 있다.

즉, 유의수준 0.05 하에서 H0를 기각할 만한 뚜렷한 근거가 없으므로(p>.05), 비타민 C의 감기예방 효과에 대한 유의성은 입증되지 않았다.

범주형 자료분석

- Fisher의 정확검정

피셔의 정확검정

- **H0**: 비타민 C와 위약 간 감기예방 효과에 차이가 없다.
- **H1**: 비타민 C가 위약 간 감기예방 효과에 차이가 있다.

	감기에 안 걸림	감기에 걸림	
비타민 C	a	b	$a+b$
위약	c	d	$c+d$
	$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

$$p = \frac{\binom{a+b}{a}\binom{c+d}{c}}{\binom{n}{a+c}} = \frac{(a+b)!(c+d)!(a+c)!(b+d)!}{a!b!c!d!n!}$$

$$P(X_{11}=4)=0.005$$
$$P(X_{11}=5)=0.065$$
$$P(X_{11}=6)=0.244$$
$$P(X_{11}=7)=0.372$$
$$P(X_{11}=8)=0.244$$
$$P(X_{11}=9)=0.065$$
$$P(X_{11}=10)=0.005$$

$$P-value = P(X_{11} \geq 9) = \boxed{0.07}$$

	NoCold	Cold	
Vit. C	**10**	0	10
위약	4	6	10
	14	6	20

	NoCold	Cold	
Vit. C	**9**	1	10
위약	5	5	10
	14	6	20

	NoCold	Cold	
Vit. C	**8**	2	10
위약	6	4	10
	14	6	20

	NoCold	Cold	
Vit. C	**7**	3	10
위약	7	3	10
	14	6	20

	NoCold	Cold	
Vit. C	**6**	4	10
위약	8	4	10
	14	6	20

	NoCold	Cold	
Vit. C	**5**	5	10
위약	9	1	10
	14	6	20

	NoCold	Cold	
Vit. C	**4**	6	10
위약	10	0	10
	14	6	20

카이제곱 검정

	값	자유도	점근 유의확률 (양측검정)	정확한 유의확률 (양측검정)	정확한 유의확률 (단측검정)
Pearson 카이제곱	3.810[a]	1	.051		
연속수정[b]	2.143	1	.143		
우도비	4.070	1	.044		
Fisher의 정확한 검정				.141	.070
선형 대 선형결합	3.619	1	.057		
유효 케이스 수	20				

a. 2 셀 (50.0%)은(는) 5보다 작은 기대 빈도를 가지는 셀입니다. 최소 기대빈도는 3.00입니다.

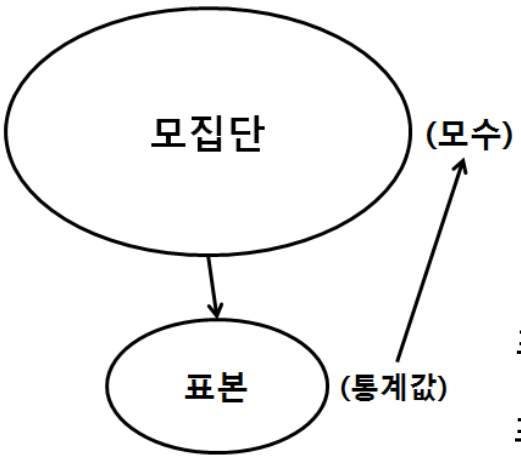
b. 2x2 표에 대해서만 계산됨

연속형 자료분석

연속형 자료

연속형 변수란?

나이, 키, 몸무게, BMI, BP, 하루 흡연량(개피/day), 갑년 등



모평균: μ

모분산: σ^2

표본평균: $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

표본분산: $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$

x_i	1	2	3	4	5
$(x_i - \bar{x})$	$(1-3)$	$(2-3)$	$(3-3)$	$(4-3)$	$(5-3)$
$(x_i - \bar{x})^2$	$(1-3)^2$	$(2-3)^2$	$(3-3)^2$	$(4-3)^2$	$(5-3)^2$

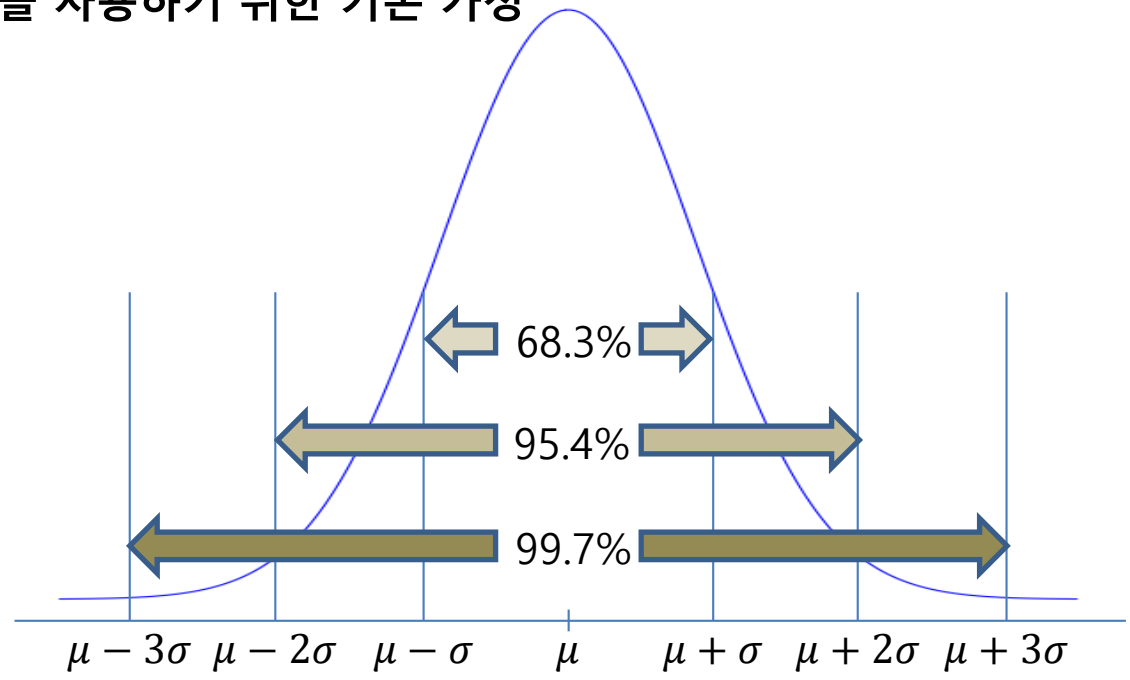
$\bar{x} = 3$

편차의 합은 언제나 0

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{4+1+1+4}{5-1}$$

정규성이란?

모수적 검정을 사용하기 위한 기본 가정



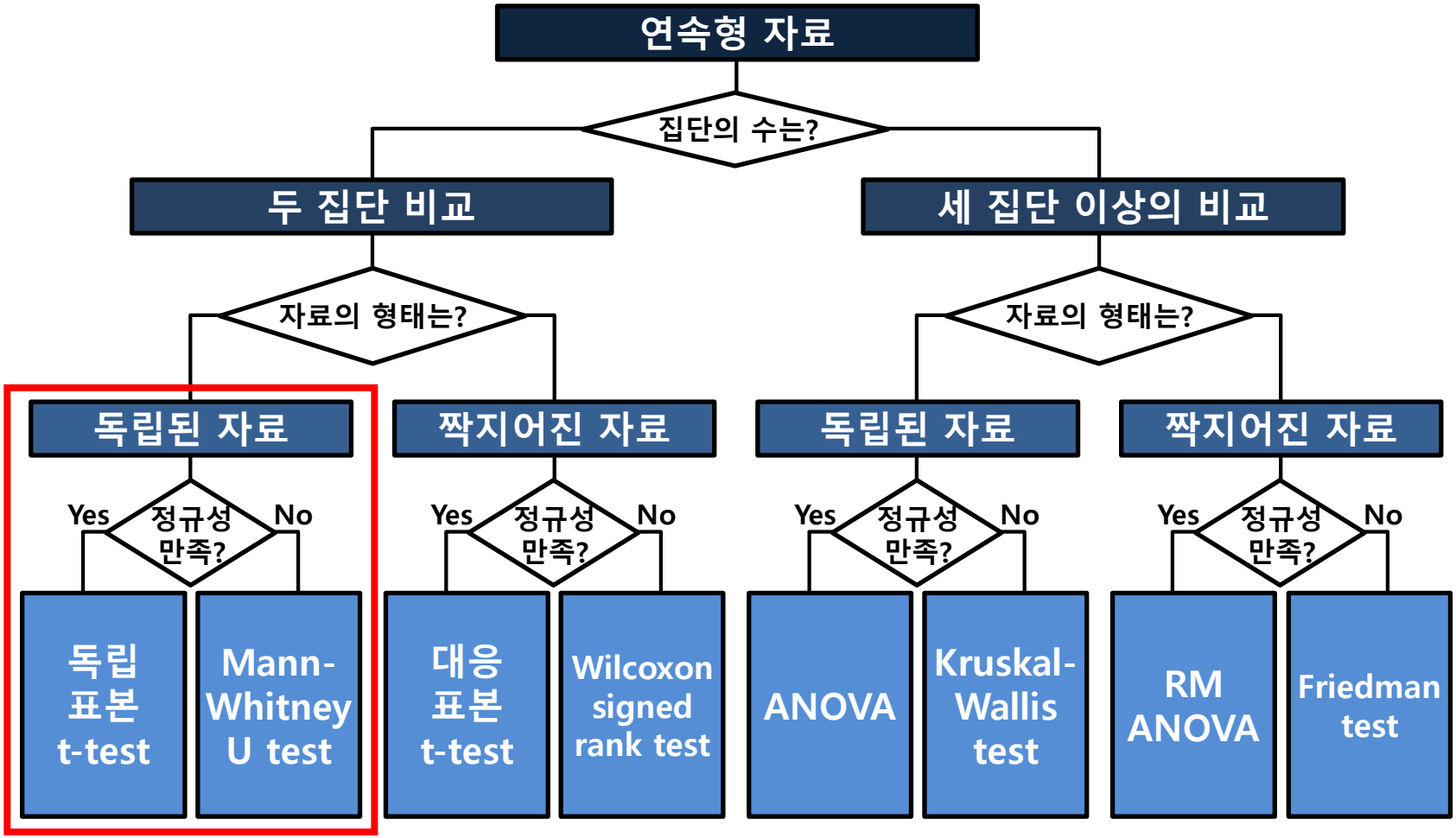
1) 표본의 크기가 작거나,

2) 측정값이 정규분포를 따르지 않거나

3) 자료가 순위변수일 때는

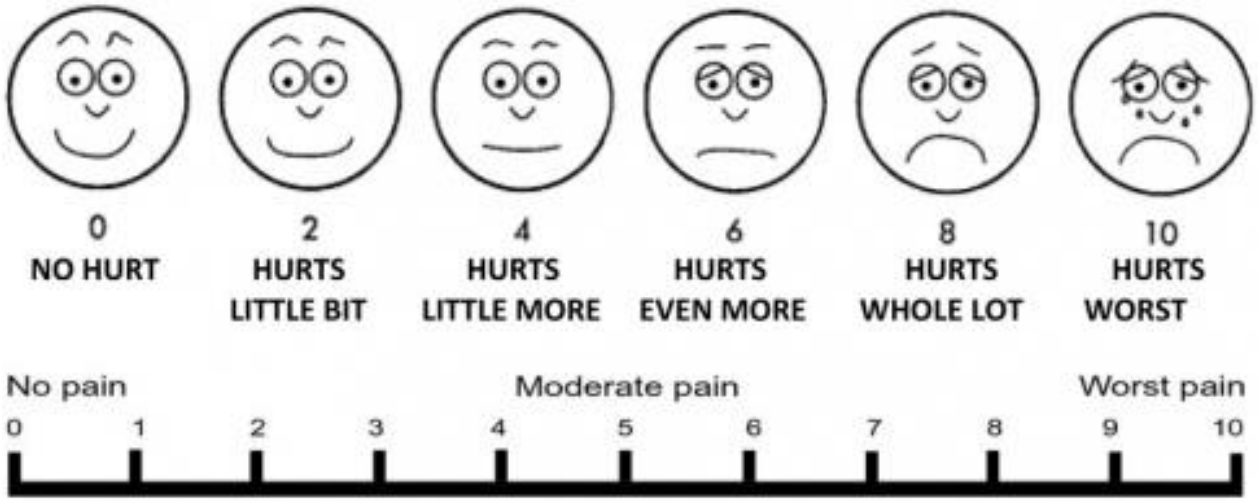
=> 비모수적 검정을 사용함.

독립된 자료 - 두 집단 비교


연속형 자료
집단의 수는?
두 집단 비교
세 집단 이상의 비교
자료의 형태는?
자료의 형태는?
독립된 자료
짝지어진 자료
독립된 자료
짝지어진 자료
Yes
정규성 만족?
No
독립 표본 t-test
Mann-Whitney U test
대응 표본 t-test
Wilcoxon signed rank test
ANOVA
Kruskal-Wallis test
RM ANOVA
Friedman test

자료의 이해(1/2)

- Rating scale to describe the level of pain a patient is experiencing.
- Combination of a FACES scale and a numeric rating scale as shown below.



자료의 이해(2/2)

- In order to test a new pain relief medication, researchers measure the pain of 7 patients twice.
- Pain is rated on a scale of 0-10, with 10 being “worst pain” and 0 being “no pain”.

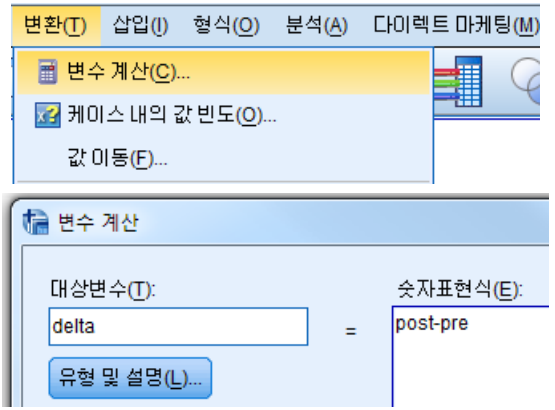
연속형 변수의 두 집단 비교.sav [데이터집합1] - IBM SPSS Statistics Data Editor

파일(F) 편집(E) 보기(V) 데이터(D) 변환(T) 분석(A) 다이렉트 마케팅(M) 그래프(

23 :

	id	drug	pre	post	delta
1	1	A	9	4	-5.00
2	2	A	8	3	-5.00
3	3	A	7	2	-5.00
4	4	A	8	3	-5.00
5	5	A	8	4	-4.00
6	6	A	9	3	-6.00
7	7	A	8	2	-6.00
8	8	B	8	6	-2.00
9	9	B	8	7	-1.00
10	10	B	7	8	1.00
11	11	B	8	7	-1.00
12	12	B	8	6	-2.00
13	13	B	9	6	-3.00
14	14	B	7	8	1.00

- Drug (A or B)
- 각 개체 내에서 두 번 측정
- Delta 계산방법: 변환->변수계산



독립 t 검정(independent t test)

서로 독립인 두 집단의 평균차이 모수적 검정

독립 t 검정(independent t test)

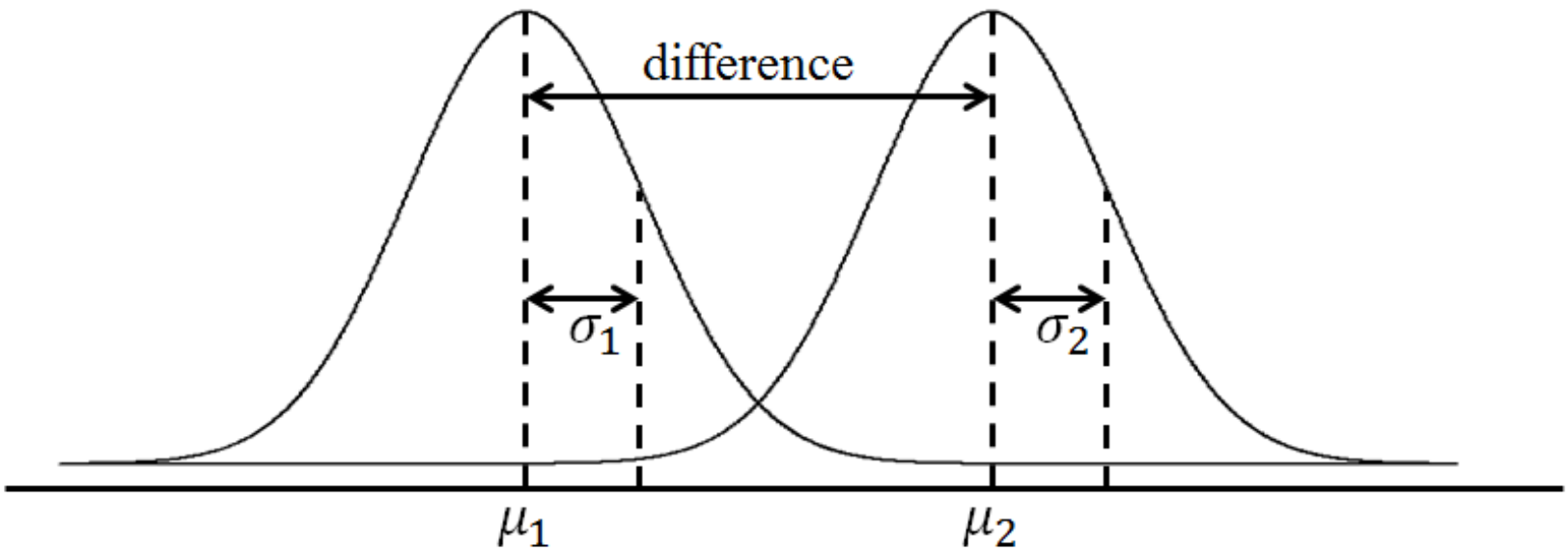
독립된 자료 - 두 집단 비교

귀무가설: 두 모집단 간 평균 차이가 없다. ($\boldsymbol{H_0}$: $\boldsymbol{\mu_1 = \mu_2}$)

대립가설: 두 모집단 간 평균 차이가 있다. ($\boldsymbol{H_1}$: $\boldsymbol{\mu_1 \neq \mu_2}$)

두 모집단 간 평균 차 검정에 앞서

정규성, 등분산성($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$) 가정이 필요함.



독립 t 검정(independent t test)

정규성 검정(normality test)

- **Kolmogorov-Smirnov test**
  자료의 누적분포함수가 이론적 정규분포의 누적분포함수와 얼마나 다른가를 측정하여 검정하는 방법

$$F_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I_{[-\infty,x]}(X_i)$$

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)|$$

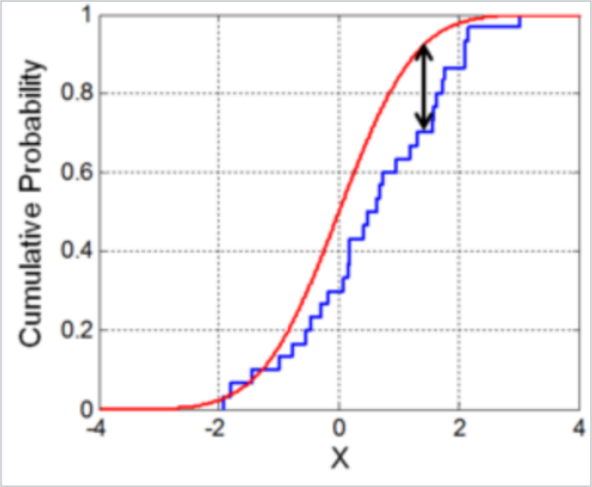


Illustration of the Kolmogorov–Smirnov statistic. Red line is CDF, blue line is an ECDF, and the black arrow is the K–S statistic.

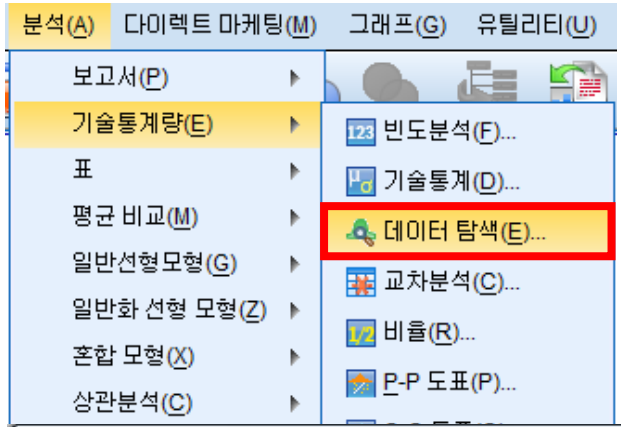
- **Shapiro-Wilk test**
  자료값과 표준정규점수와의 선형상관관계를 측정하여 검정하는 방법

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_{(i)}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \qquad a_i = (a_1, \cdots, a_n) = \frac{m^T V^{-1}}{(m^T V^{-1} V^{-1} m)^{1/2}}$$

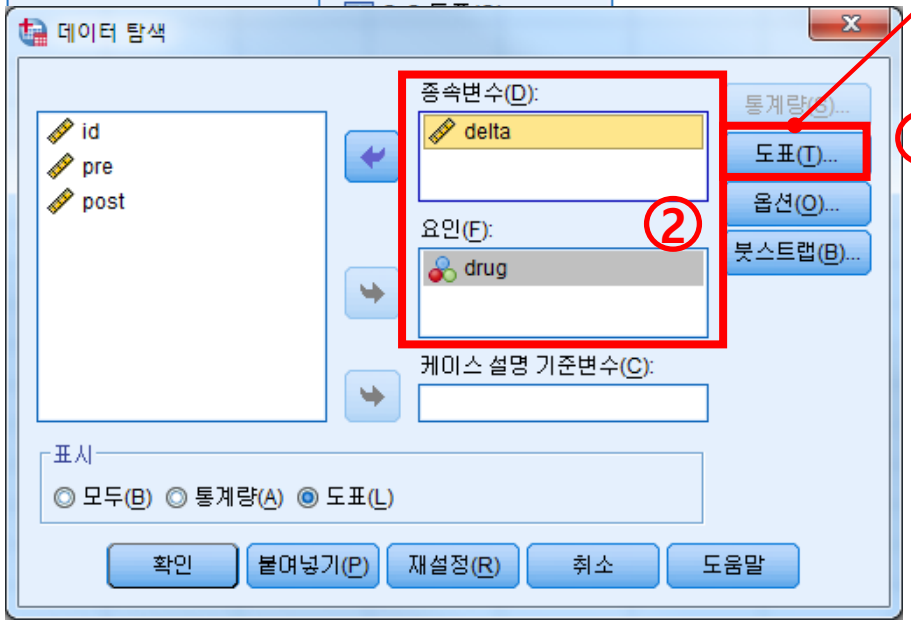
=>두 방법 모두 'H_0: 정규분포를 따른다'이므로 유의확률이 0.05보다 클 때 정규성을 만족한다고 볼 수 있다. 표본크기가 충분히 클 때 콜모고로프-스미르노프 검정을, 작을 때 샤피로-윌크 검정을 사용한다.

독립 t 검정(independent t test)

정규성 검정(normality test) SPSS 수행 절차 및 결과 해석

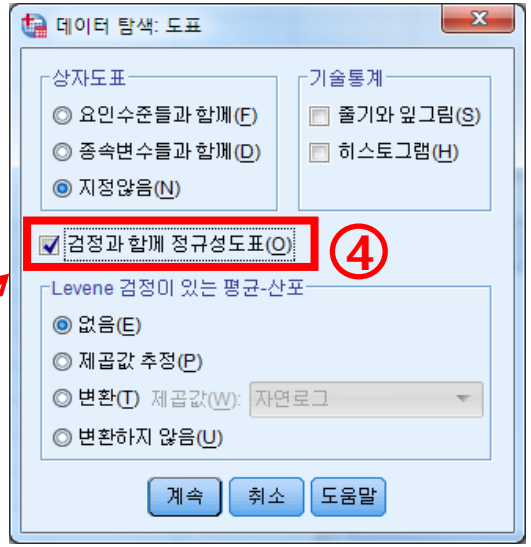


①



②

③



④

정규성 검정

	drug	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
		통계량	자유도	유의확률	통계량	자유도	유의확률
delta	A	.296	7	.063	.840	7	.099
	B	.214	7	.200*	.896	7	.310

*. 이것은 참인 유의확률의 하한값입니다.

a. Lilliefors 유의확률 수정

'H_0: 정규분포를 따른다'이며, 유의확률이 0.05보다 크므로 정규성을 만족한다고 볼 수 있다.

독립 t 검정(independent t test)

르빈 등분산 검정(Levene's test)

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2$

$H_1 : \text{not } H_0$

$$F = \frac{\overbrace{\sum_{i=1}^{k} N_i (Z_{i\bullet} - Z_{\bullet\bullet})^2 \ /(k-1)}^{\sim\chi^2(k-1)}}{\underbrace{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{N_i} \left(Z_{ij} - Z_{i\bullet}\right)^2}_{\sim\chi^2(N-k)} /(N-k)} \sim F(k-1, N-k)$$

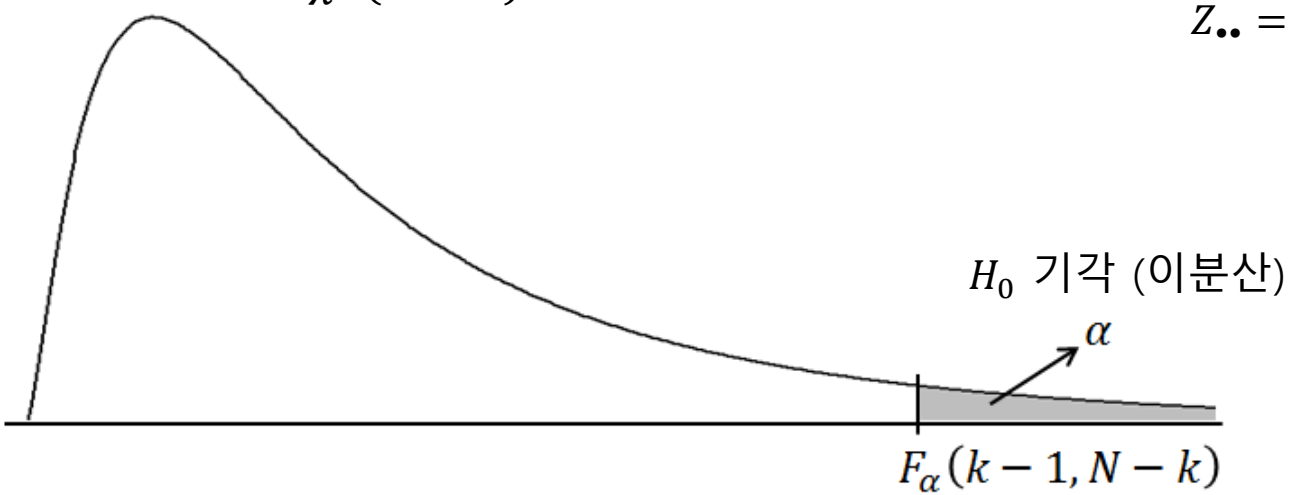
N : 전체 자료수

N_i : i집단 크기 $(i = 1, \cdots, k)$

$$Z_{ij} = \left| Y_{ij} - \bar{Y}_{i\bullet} \right|$$

$$Z_{i\bullet} = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} Z_{ij}$$

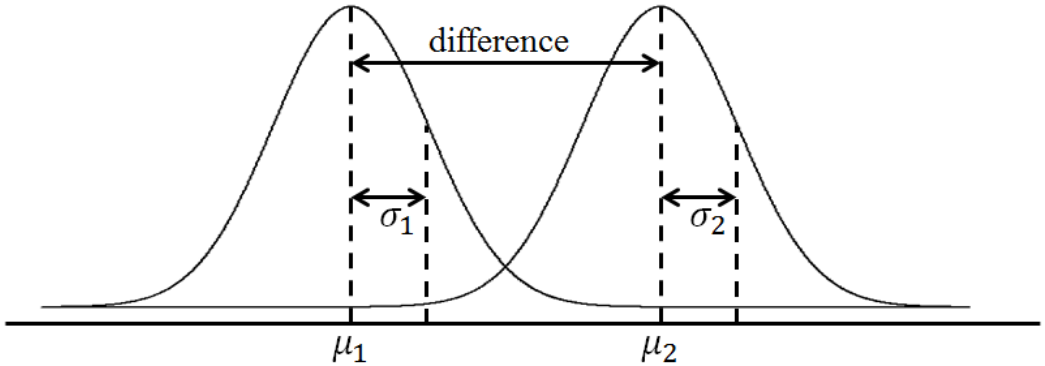
$$Z_{\bullet\bullet} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{N_i} Z_{ij}$$



독립 t 검정(independent t test)

가설 검정

- 귀무가설: 두 군 간 진통제 효과 차이는 없다. (H_0 : $\mu_1 = \mu_2$)
- 대립가설: 두 군 간 진통제 효과 차이는 있다. (H_1 : $\mu_1 \neq \mu_2$)
- 두 군의 정규성, 등분산성($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$) 가정이 필요함.



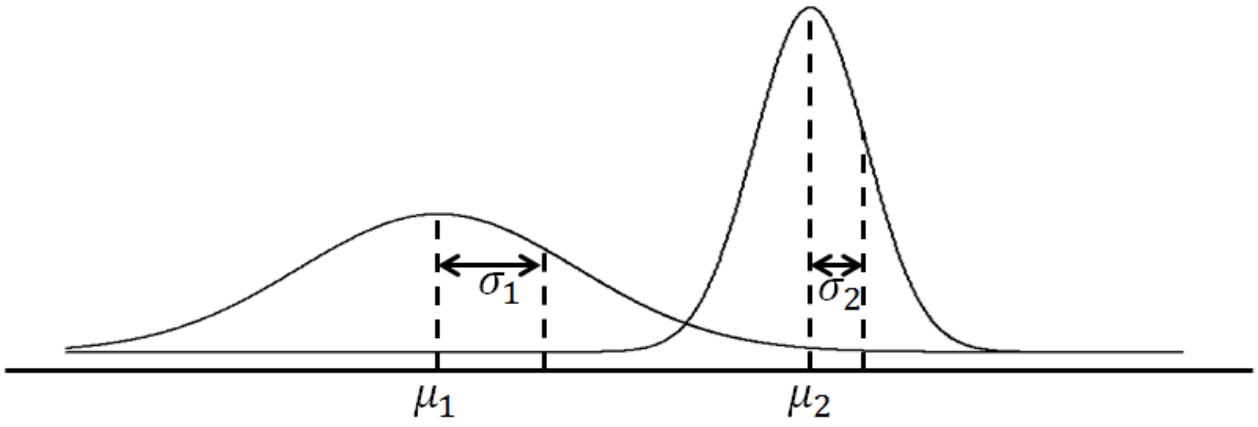
$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad (\mathrm{d.f.} = n_1 + n_2 - 2)$$

n_1, n_2 : 표본 1, 2의 크기
$\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$: 표본 1, 2의 평균
μ_1, μ_2 : 모집단 1, 2의 평균

$$S_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_1}(X_i - \overline{X_1})^2 + \sum_{i=1}^{n_2}(X_i - \overline{X_2})^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

독립 t 검정(independent t test)

만약, 등분산($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)이 아닐 경우

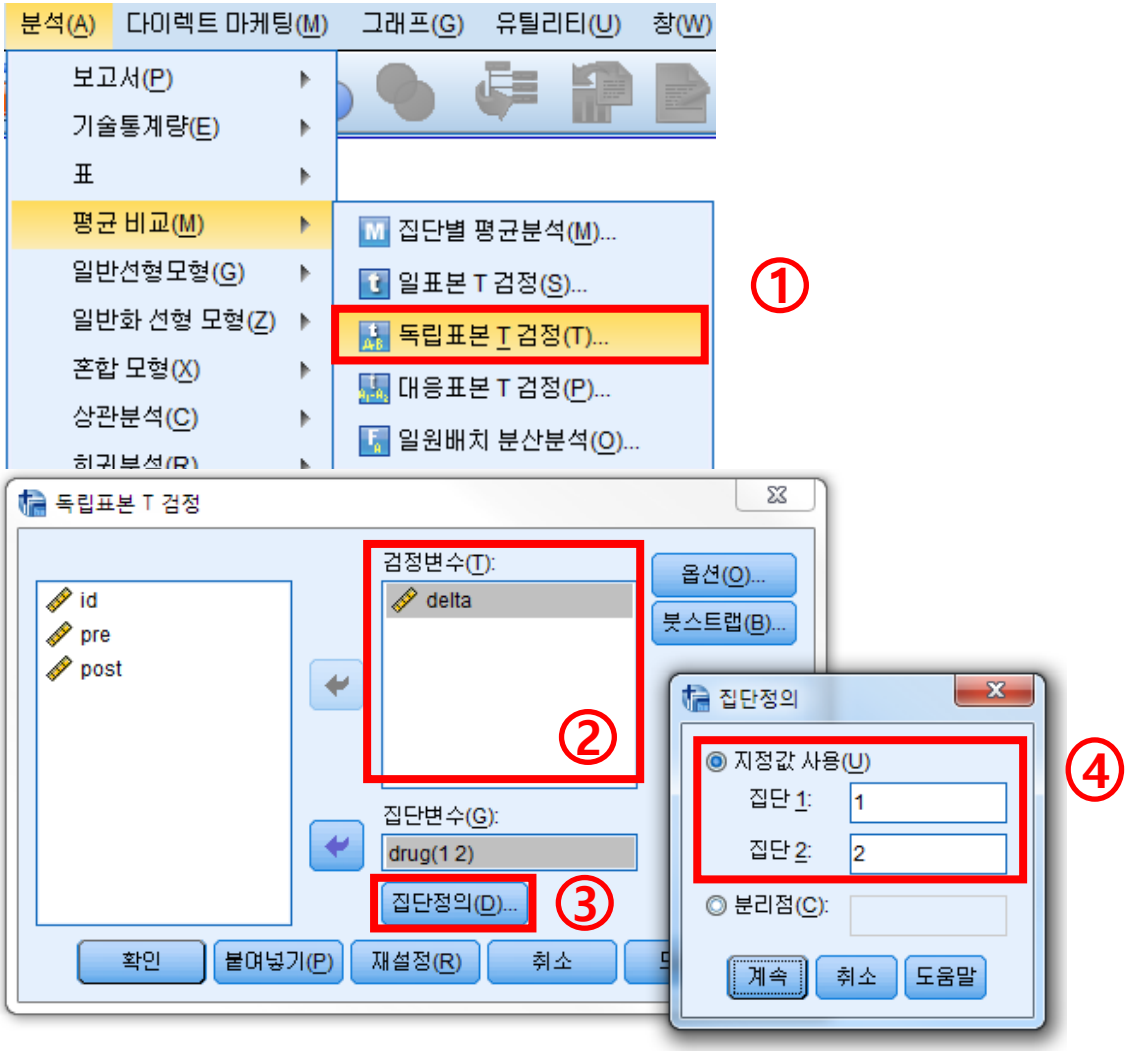


Satterthwaite formula:

$$\text{d.f.} = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1 - 1}\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1}\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}$$

독립 t 검정(independent t test)

독립 t 검정 SPSS 수행 절차

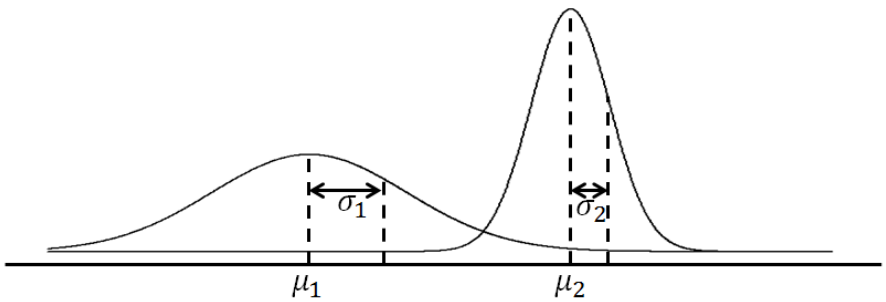


독립 t 검정(independent t test)

독립 t 검정 SPSS 결과 해석

집단통계량

	drug	N	평균	표준편차	평균의 표준오차
delta	A	7	-5.1429	.69007	.26082
	B	7	-1.0000	1.52753	.57735



독립표본 검정

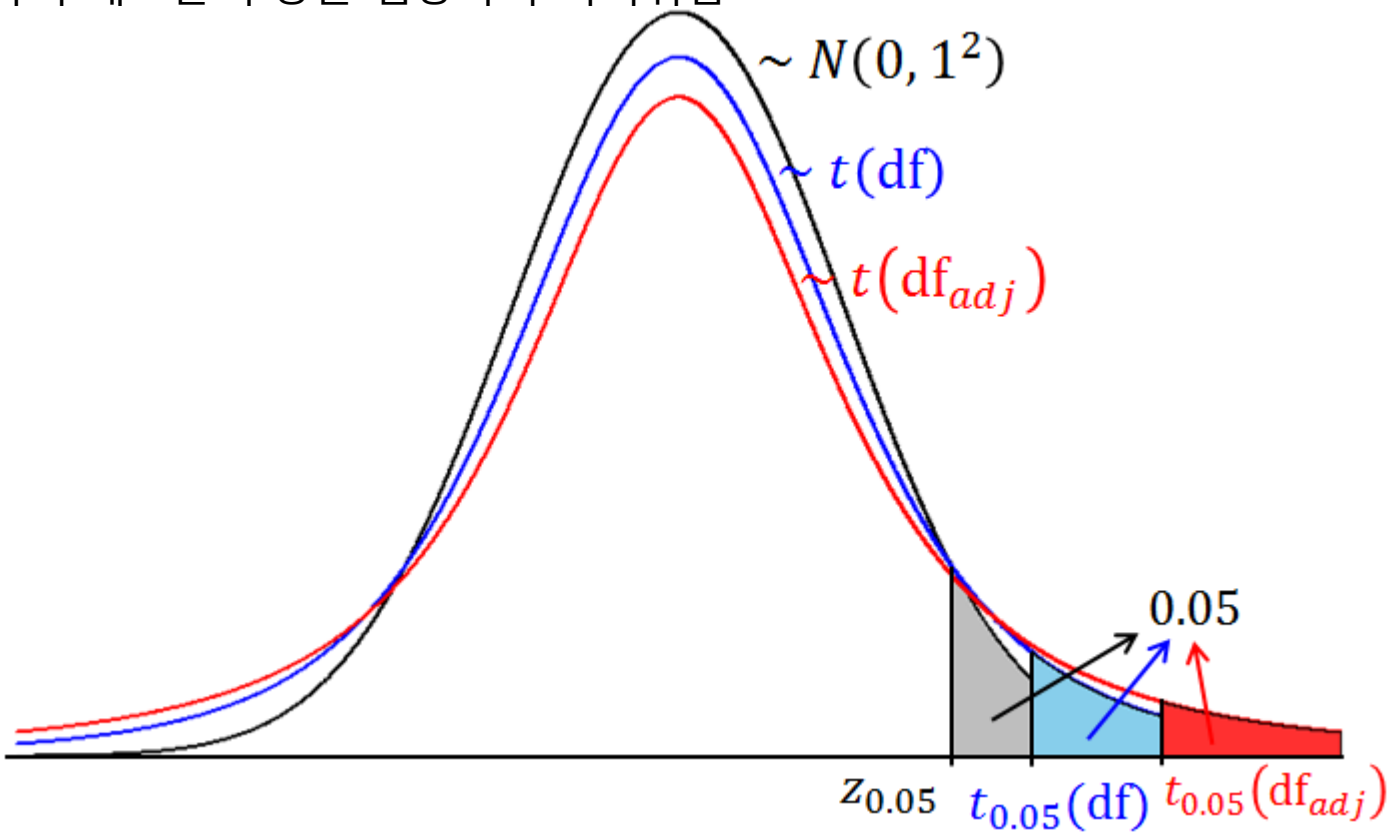
		Levene의 등분산 검정		평균의 동일성에 대한 t-검정						
		F	유의확률	t	자유도	유의확률 (양쪽)	평균차	차이의 표준오차	차이의 95% 신뢰구간 하한	차이의 95% 신뢰구간 상한
delta	등분산이 가정됨	2.968	.111	-6.539	12	.000	-4.14286	.63353	-5.52320	-2.76251
	등분산이 가정되지 않음			-6.539	8.351	.000	-4.14286	.63353	-5.59316	-2.69256

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{\{(-5.1429) - (-1.0000)\} - 0}{1.185227\sqrt{\frac{1}{7} + \frac{1}{7}}} = \frac{-4.14286}{0.63353} = -6.539$$

약제 A가 약제 B보다 통증 완화 효과가 높았으며, 이는 통계적으로 유의하였다(p<.001).

독립 t 검정(independent t test)

1) 모분산을 모르거나
2) 연구대상수가 적거나
3) 이분산일 때
=> 연구자의 새로운 주장을 입증하기 어려워짐



맨-휘트니 U 검정(Mann-Whitney U test)

서로 독립인 두 집단의 평균차이 비모수적 검정,
Independent t-test의 비모수 검정
Wilcoxon rank sum test와 동일함

맨-휘트니 U 검정(Mann-Whitney U test)

맨-휘트니 U 검정(Mann-Whitney U test)

$$U_i = R_i - \left(\frac{n_i(n_i+1)}{2}\right), i = 1,2$$

where R_i is sum of the ranks in sample i, and n_i is size of sample i

$$\mu_U = \left(\frac{n_1 n_2}{2}\right), \quad \sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1+n_2+1)}{12}}$$

If there are ties in ranks,

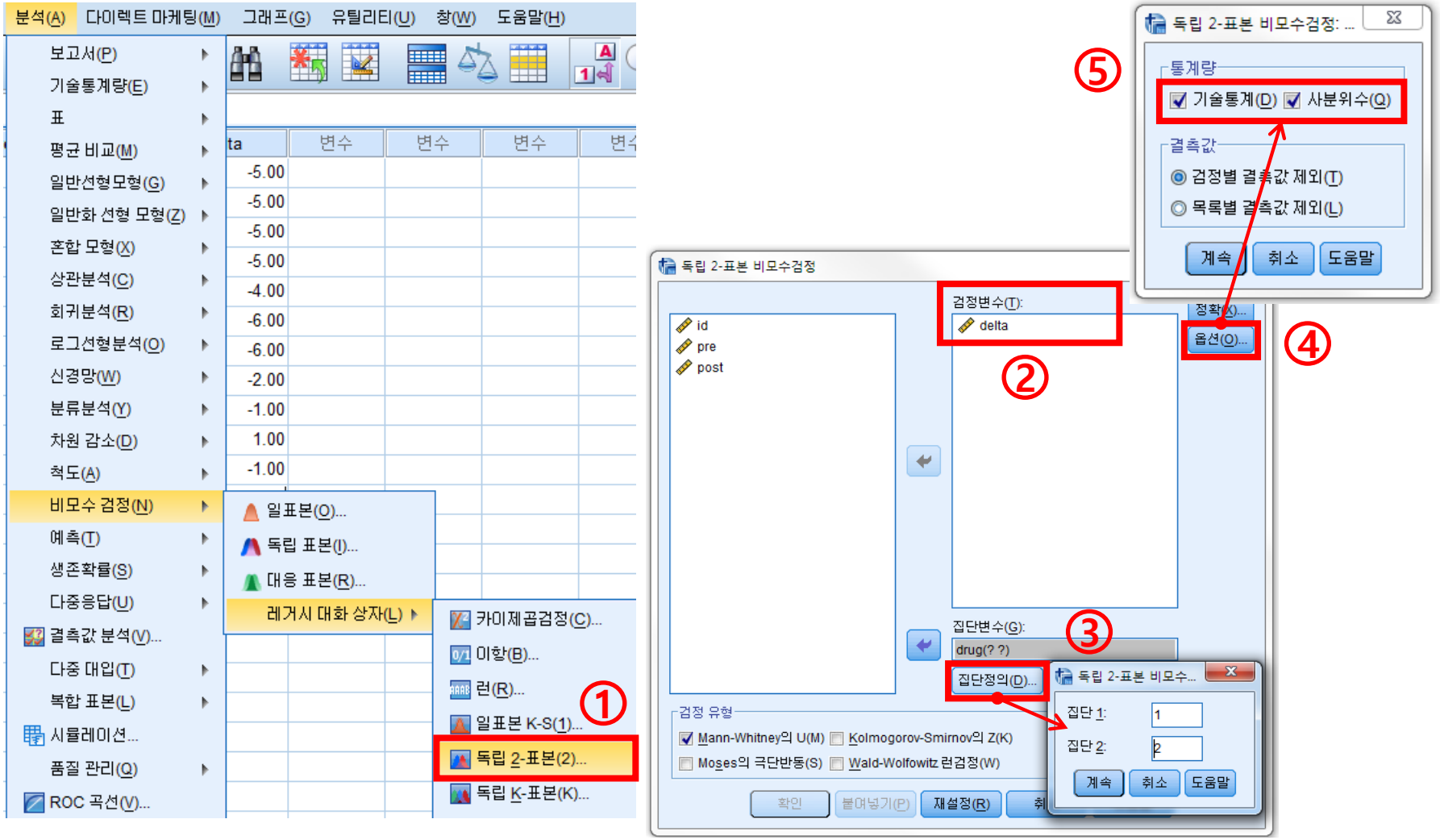
$$\sigma_{U_{corr}} = \sqrt{\frac{n_1 n_2}{12}\left\{(n+1) - \sum_{j=1}^{k} \frac{t_j^3 - t_j}{n(n-1)}\right\}}$$

where $n = n_1 + n_2$, t_j is the number of subjects sharing rank j,
and k is the number of (distinct) ranks

$$z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U} \sim N(0, 1^2)$$

맨-휘트니 U 검정(Mann-Whitney U test)

맨-휘트니 U 검정 SPSS 수행 절차



맨-휘트니 U 검정(Mann-Whitney U test)

맨-휘트니 U 검정 SPSS 결과 해석 (1/2)

기술통계량

	N	평균	표준편차	최소값	최대값	백분위수		
						25	50 (중위수)	75
delta	14	-3.0714	2.43261	-6.00	1.00	-5.0000	-3.5000	-1.0000
drug	14	1.50	.519	1	2	1.00	1.50	2.00

Mann-Whitney 검정

순위

	drug	N	평균순위	순위합
delta	A	7	4.00	28.00
	B	7	11.00	77.00
	합계	14		

$$R_1 = 4.5 + 4.5 + \cdots + 1.5 = 28$$

$$R_2 = 9.5 + 11.5 + \cdots + 13.5 = 77$$

$$U_1 = R_1 - \left(\frac{n_1(n_1+1)}{2}\right) = 28 - \frac{7 \cdot 8}{2} = 0$$

$$U_2 = R_2 - \left(\frac{n_2(n_2+1)}{2}\right) = 77 - \frac{7 \cdot 8}{2} = 49$$

id	drug	pre	post	delta	rank
1	A	9	4	-5	4.5
2	A	8	3	-5	4.5
3	A	7	2	-5	4.5
4	A	8	3	-5	4.5
5	A	8	4	-4	7
6	A	9	3	-6	1.5
7	A	8	2	-6	1.5
8	B	8	6	-2	9.5
9	B	8	7	-1	11.5
10	B	7	8	1	13.5
11	B	8	7	-1	11.5
12	B	8	6	-2	9.5
13	B	9	6	-3	8
14	B	7	8	1	13.5

맨-휘트니 U 검정(Mann-Whitney U test)

맨-휘트니 U 검정 SPSS 결과 해석 (2/2)

$$\mu_U = \frac{7 \cdot 7}{2} = 24.5, \quad \sigma_{U_{corr}} = \sqrt{\frac{7 \cdot 7}{12}\left\{(14+1) - \frac{(2^3-2)+(4^3-4)+(2^3-2)+(2^3-2)}{14(14-1)}\right\}} = 7.705$$

$$z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U} = \frac{0 - 24.5}{7.705} = -3.180$$

id	drug	pre	post	delta	rank
1	A	9	4	-5	4.5
2	A	8	3	-5	4.5
3	A	7	2	-5	4.5
4	A	8	3	-5	4.5
5	A	8	4	-4	7
6	A	9	3	-6	1.5
7	A	8	2	-6	1.5
8	B	8	6	-2	9.5
9	B	8	7	-1	11.5
10	B	7	8	1	13.5
11	B	8	7	-1	11.5
12	B	8	6	-2	9.5
13	B	9	6	-3	8
14	B	7	8	1	13.5

$t_1 = 2$

$t_2 = 4$

$t_3 = 2$

$t_4 = 2$

검정 통계량[a]

	delta
Mann-Whitney의 U	.000
Wilcoxon의 W	28.000
Z	-3.180
근사 유의확률(양측)	.001
정확한 유의확률 [2*(단측 유의확률)]	.001[b]

a. 집단변수: drug

b. 등률에 대해 수정된 사항이 없습니다.

약제 A가 약제 B보다
통증 완화 효과가 높았으며,
이는 통계적으로 유의하였다(p=.001).

논문 작성 시 요약방법

논문 작성 예시

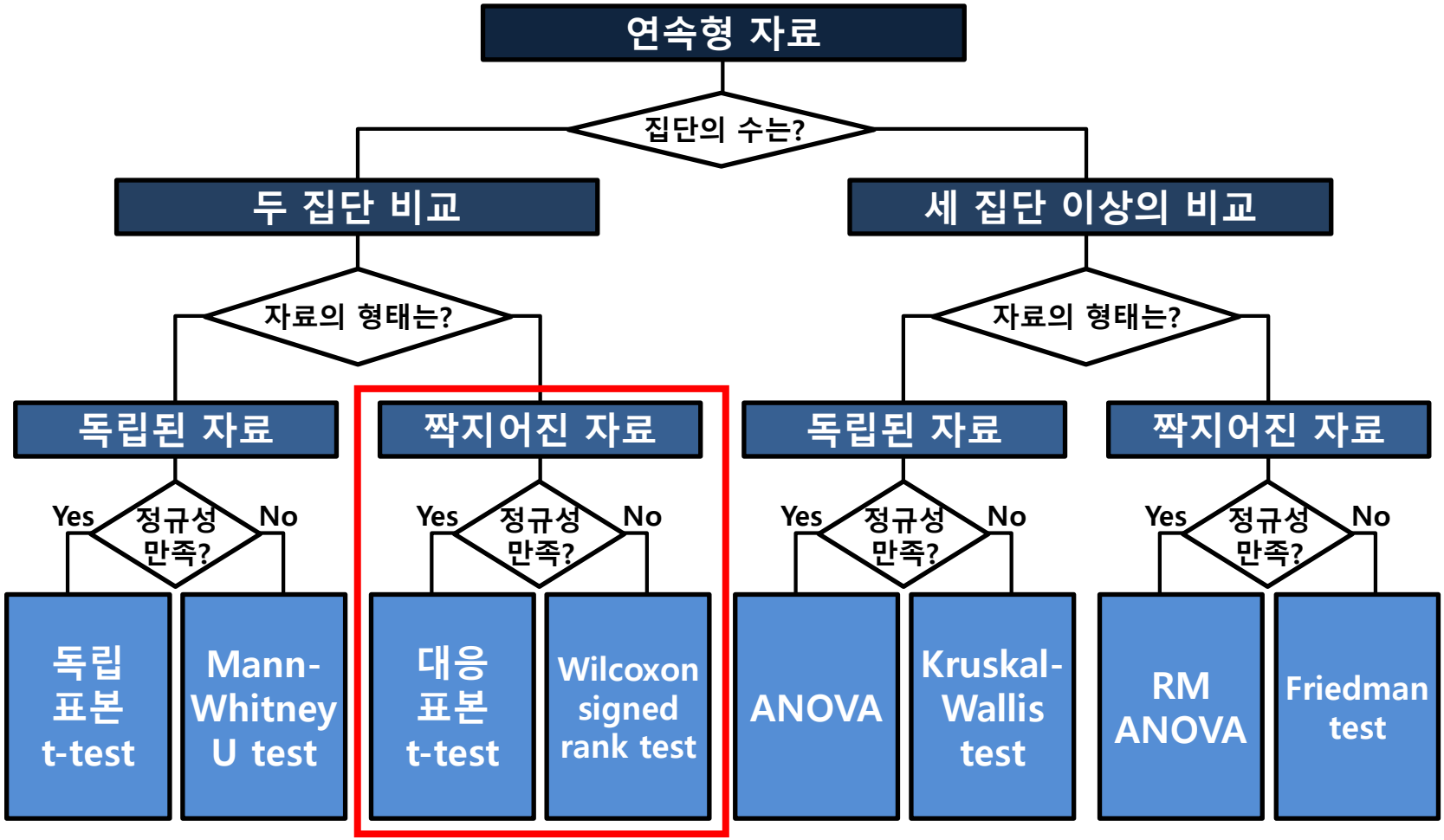
Table 2-2. Comparison by treatment group at each assessment periods (PP population)

Variable	Observed value			Change from baseline (visit 2)		
	Experimental (n=18)	Control (n=20)	p value	Experimental (n=18)	Control (n=20)	p value
당화혈색소 (HbA1c)						
baseline (V2)	5.75±0.36	5.68±0.35	.519[1]	-	-	-
week 6 (V3)	5.84±0.36	5.74±0.37	.860[2]	0.09±0.15	0.07±0.20	.775[2]
week12 (V4)	5.77±0.33	5.68±0.38	.456[1]	0.02±0.20	0.00±0.20	.856[1]
인슐린(insulin)						
baseline (V2)	8.17±6.54	5.78±2.12	.119[2]	-	-	-
week 6 (V3)	8.60±7.16	7.14±3.73	.718[2]	0.43±2.72	1.36±4.05	.884[2]
week12 (V4)	8.62±6.91	7.01±2.88	.919[2]	0.44±2.38	1.24±3.35	.412[1]
혈중 혈당(plasma glucose)						
baseline (V2)	97.17±6.17	97.25±7.67	.971[1]	-	-	-
week 6 (V3)	96.39±8.24	95.20±8.00	.655[1]	-0.78±6.32	-2.05±6.15	.534[1]
week12 (V4)	98.33±6.41	96.40±9.53	.473[1]	1.17±5.14	-0.85±8.39	.384[1]

[1] P values were derived from independent t test.
[2] P values were derived from Mann-Whitney's U test.
Shapiro-Wilk's test was employed for test of normality assumption.

에이스통계컨설팅 제공

짝지어진 자료 - 두 집단 비교



대응 t 검정(paired t test)

짝지어진 두 집단의 평균차이 모수적 검정

대응 t 검정(paired t test)

대응 t 검정(paired t test)

- 귀무가설: 사전 대비 사후 값 차이가 없다. $(H_0 : \delta = 0)$
- 대립가설: 사전 대비 사후 값 차이가 있다. $(H_1 : \delta \neq 0)$

$$t = \frac{\bar{d} - \delta_0}{s_d/\sqrt{n}} \ (\mathrm{d.f.} = n - 1)$$

$\bar{d}$: 표본으로부터 얻은 차이값들의 평균

δ_0 : 귀무가설로 설정된 차이의 평균

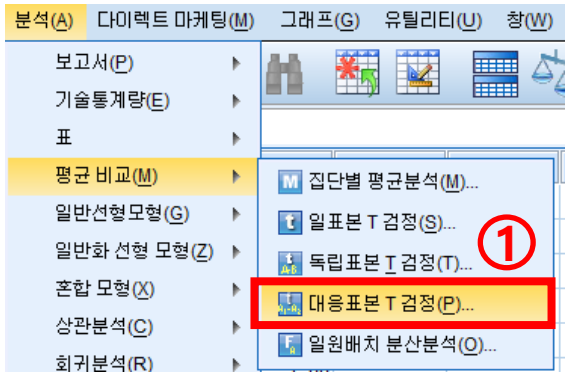
s_d : 표본으로부터 얻은 차이값들의 표준편차

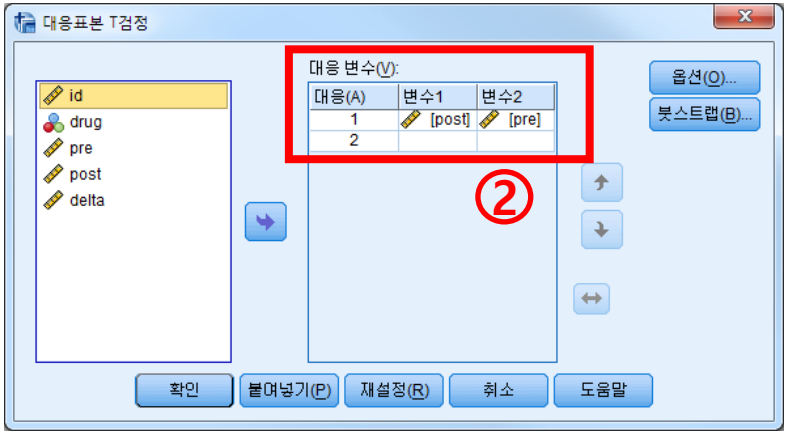
$$= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(d_i - \bar{d}\right)^2}{n-1}}$$

$s_d/\sqrt{n}$: $\bar{d}$의 표준오차

대응 t 검정(paired t test)

대응 t 검정 SPSS 수행 절차 및 결과 해석





대응표본 통계량

		평균	N	표준편차	평균의 표준오차
대응 1	post	4.93	14	2.165	.579
	pre	8.00	14	.679	.182

통증점수는 복용 전 대비 복용 후에 평균 3.071점 감소하였으며, 이는 통계적으로 유의하였다 (p<.001).

대응표본 검정

		대응차					t	자유도	유의확률 (양쪽)
		평균	표준편차	평균의 표준오차	차이의 95% 신뢰구간 하한	차이의 95% 신뢰구간 상한			
대응 1	post - pre	-3.071	2.433	.650	-4.476	-1.667	-4.724	13	.000

$$t = \frac{\bar{d} - \delta_0}{s_d/\sqrt{n}} = \frac{(-3.071) - 0}{2.433/\sqrt{14}} = -4.724$$

윌콕슨 부호 순위 검정(Wilcoxon signed rank test)

Paired t-test의 비모수 검정
짝지어진 두 집단의 평균차이 비모수적 검정

윌콕슨 부호 순위 검정(Wilcoxon signed rank test)

윌콕슨 부호 순위 검정(Wilcoxon signed rank test)

Exclude pairs with $d_i = x_{i,\,post} - x_{i,pre} = 0$. Let n_r be the reduced sample size.

$$W = R^+ \text{ or } R^-$$

where R^+/R^- is sum of the positive/negative ranks

$$\mu_W = \frac{n_r(n_r+1)}{4}, \quad \sigma_W = \sqrt{\frac{n_r(n_r+1)(2n_r+1)}{24}}$$

If there are ties in ranks,

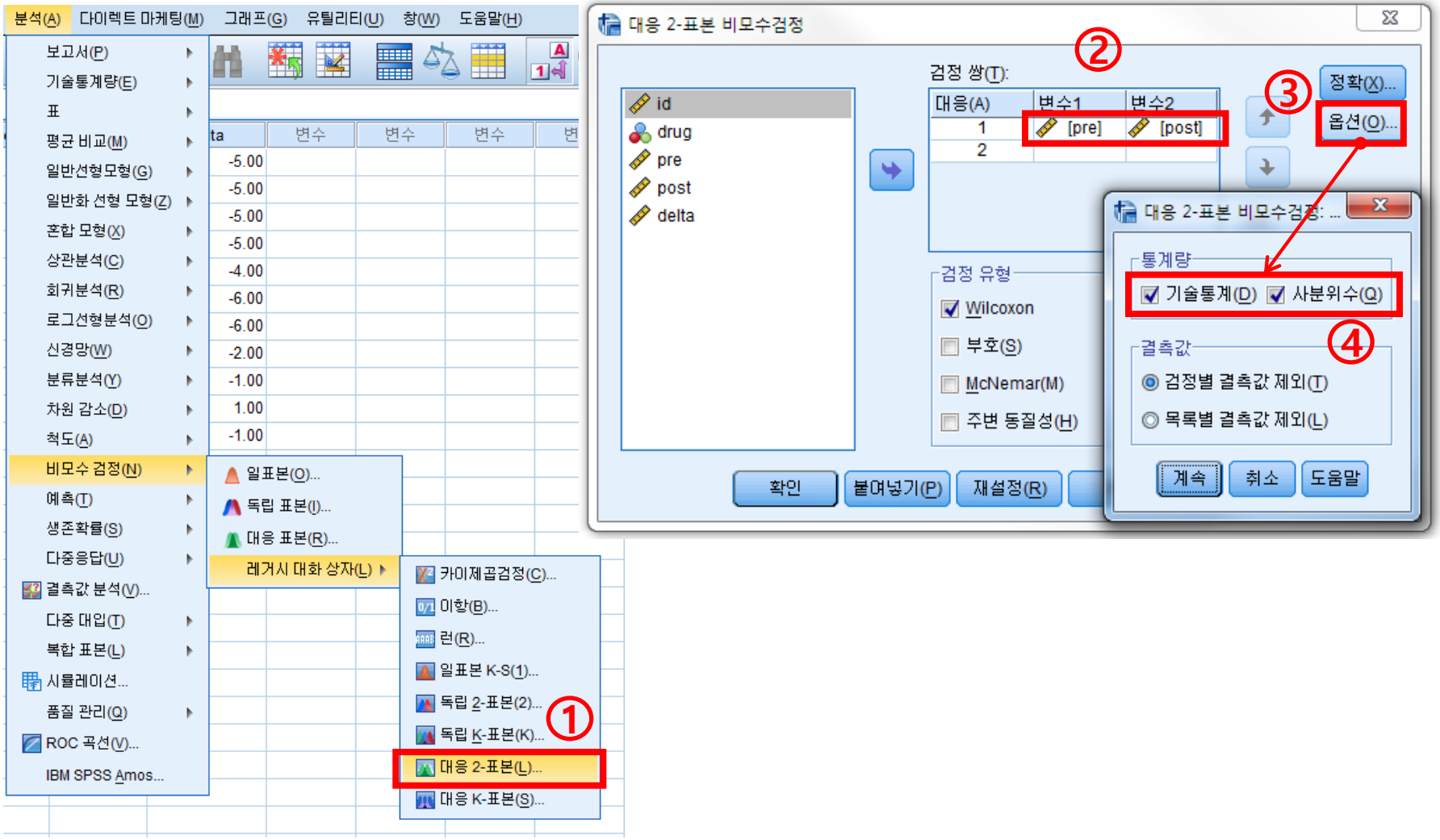
$$\sigma_{W_{corr}} = \sqrt{\frac{n_r(n_r+1)(2n_r+1)}{24} - \sum_{j=1}^{k} \frac{t_j^3 - t_j}{48}}$$

where t_i is the number of subjects sharing rank i, and k is the number of (distinct) ranks

$$z = \frac{W - \mu_W}{\sigma_W} \sim N(0, 1^2)$$

윌콕슨 부호 순위 검정(Wilcoxon signed rank test)

윌콕슨 부호 순위 검정 SPSS 수행 절차



윌콕슨 부호 순위 검정(Wilcoxon signed rank test)

윌콕슨 부호 순위 검정 SPSS 결과 해석 (1/2)

기술통계량

	N	평균	표준편차	최소값	최대값	백분위수		
						25	50 (중위수)	75
pre	14	8.00	.679	7	9	7.75	8.00	8.25
post	14	4.93	2.165	2	8	3.00	5.00	7.00

Wilcoxon 부호순위 검정

순위

		N	평균순위	순위합
post - pre	음의 순위	12[a]	8.33	100.00
	양의 순위	2[b]	2.50	5.00
	동률	0[c]		
	합계	14		

a. post < pre

b. post > pre

c. post = pre

id	drug	pre	post	delta	|delta|	rank	rank(+)	rank(-)
1	A	9	4	-5	5	10.5		10.5
2	A	8	3	-5	5	10.5		10.5
3	A	7	2	-5	5	10.5		10.5
4	A	8	3	-5	5	10.5		10.5
5	A	8	4	-4	4	8		8
6	A	9	3	-6	6	13.5		13.5
7	A	8	2	-6	6	13.5		13.5
8	B	8	6	-2	2	5.5		5.5
9	B	8	7	-1	1	2.5		2.5
10	B	7	8	1	1	2.5	2.5	
11	B	8	7	-1	1	2.5		2.5
12	B	8	6	-2	2	5.5		5.5
13	B	9	6	-3	3	7		7
14	B	7	8	1	1	2.5	2.5	

$$W^{+} = \sum r_i^{(+)} = 2.5 + 2.5 = 5$$

$$W^{-} = \sum r_i^{(-)} = 10.5 + 10.5 + \cdots + 7 = 100$$

윌콕슨 부호 순위 검정(Wilcoxon signed rank test)

윌콕슨 부호 순위 검정 SPSS 결과 해석 (2/2)

id	drug	pre	post	delta	|delta|	rank
1	A	9	4	-5	5	10.5
2	A	8	3	-5	5	10.5
3	A	7	2	-5	5	10.5
4	A	8	3	-5	5	10.5
5	A	8	4	-4	4	8
6	A	9	3	-6	6	13.5
7	A	8	2	-6	6	13.5
8	B	8	6	-2	2	5.5
9	B	8	7	-1	1	2.5
10	B	7	8	1	1	2.5
11	B	8	7	-1	1	2.5
12	B	8	6	-2	2	5.5
13	B	9	6	-3	3	7
14	B	7	8	1	1	2.5

$t_1 = 4$

$t_2 = 2$

$t_3 = 4$

$t_4 = 2$

검정 통계량[a]

	post - pre
Z	-2.998[b]
근사 유의확률(양측)	.003

a. Wilcoxon 부호순위 검정

b. 양의 순위를 기준으로.

통증점수는 복용 전 대비 복용 후에 감소하였으며, 이는 통계적으로 유의하였다(p=.003).

$$\mu_W = \frac{14(14+1)}{4} = 52.5$$

$$\sigma_{W_{corr}} = \sqrt{\frac{14(14+1)(2\cdot 14+1)}{24} - \frac{(4^3-4)+(2^3-2)+(4^3-4)+(2^3-2)}{48}} = 15.843$$

$$z = \frac{W-\mu_W}{\sigma_W} = \frac{5-52.5}{15.843} = -2.998$$

논문 작성 시 요약방법

논문 작성 예시

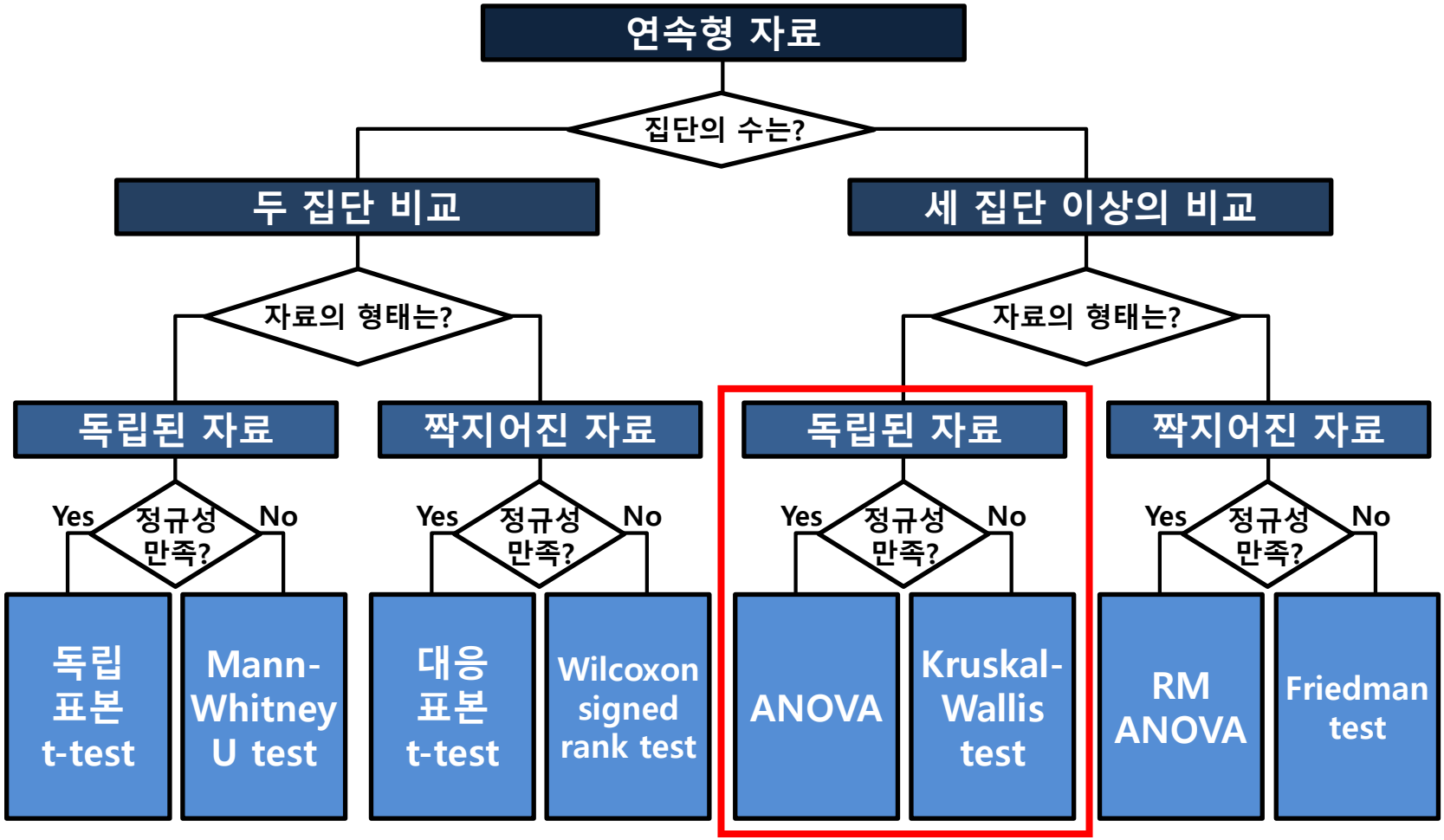
Table 3-2. Comparison between assessment points within treatment group (PP population)

Variable	Experimental (n=18)			Control (n=20)		
	mean±SD	Change from visit 2	p value	mean±SD	Change from visit 2	p value
당화혈색소 (HbA1c)						
baseline (V2)	5.75±0.36	-	-	5.68±0.35	-	-
week 6 (V3)	5.84±0.36	0.09±0.15	.023[2]	5.74±0.37	0.07±0.20	.159[1]
week12 (V4)	5.77±0.33	0.02±0.20	.725[1]	5.68±0.38	0.00±0.20	.910[1]
인슐린(insulin)						
baseline (V2)	8.17±6.54	-	-	5.78±2.12	-	-
week 6 (V3)	8.60±7.16	0.43±2.72	.383[2]	7.14±3.73	1.36±4.05	.227[2]
week12 (V4)	8.62±6.91	0.44±2.38	.344[2]	7.01±2.88	1.24±3.35	.225[2]
혈중 혈당(plasma glucose)						
baseline (V2)	97.17±6.17	-	-	97.25±7.67	-	-
week 6 (V3)	96.39±8.24	-0.78±6.32	.608[1]	95.20±8.00	-2.05±6.15	.153[1]
week12 (V4)	98.33±6.41	1.17±5.14	.349[1]	96.40±9.53	-0.85±8.39	.656[1]

[1] P values were derived from paired t test.
[2] P values were derived from Wilcoxon's signed rank test.
Shapiro-Wilk's test was employed for test of normality assumption.

에이스통계컨설팅 제공

독립된 자료 - 세 집단 이상의 비교



분산분석(ANOVA)

서로 독립인 세 집단 이상의 평균차이 모수적 검정

분산분석(ANOVA)

기본가정

- 각 집단의 측정치는 서로 독립이며 정규분포를 따른다
- 각 군의 측정치의 분산은 같다(등분산가정)

가설설정

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k$$

$$H_1 : \text{not } H_0$$

예) 약물 실험

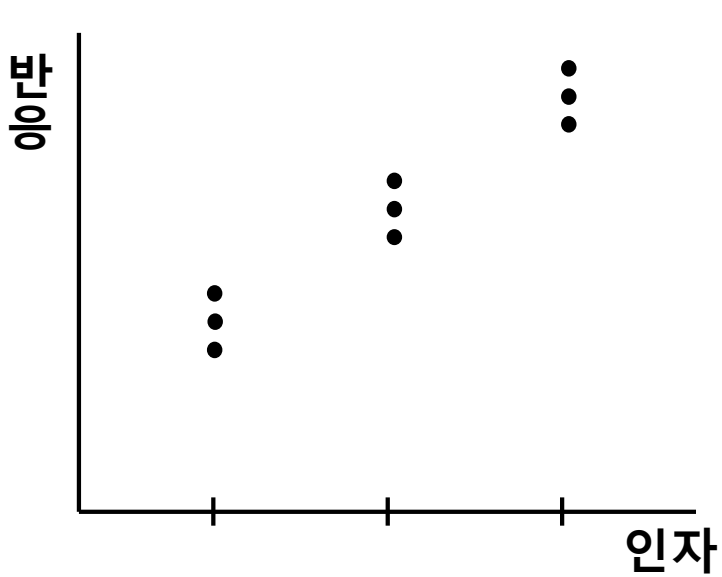
약물 투입량(위약, 저용량, 고용량)

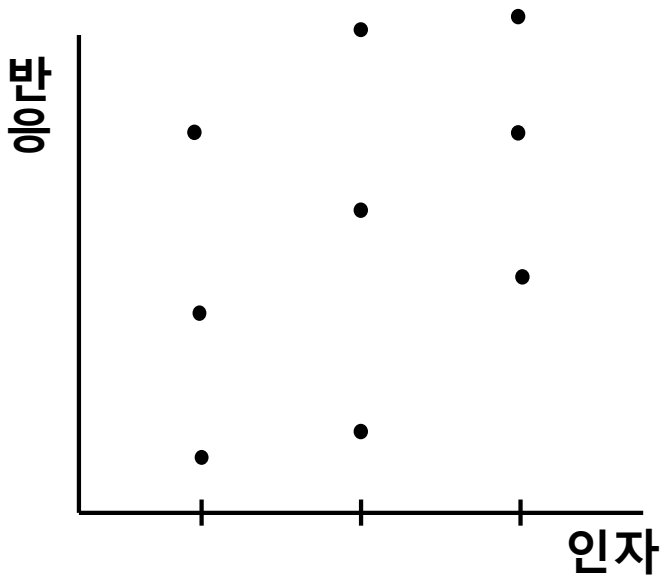
약물 투입방법(경구, 피하주사, 정맥주사)

분산분석(ANOVA)

본 강의는 인자의 개수가 하나인 일원배치 분산분석에 국한함.

⇒ 인자의 수준에 따라 반응평균에 차이가 있는가?





자료 구조

자료구조

인자의 수준			
1	2	…	k
Y_{11}	Y_{21}	…	Y_{k1}
Y_{12}	Y_{22}	…	Y_{k2}
⋮	⋮	⋮	⋮
Y_{1n_1}	Y_{2n_2}	…	Y_{kn_k}

분산분석(ANOVA)

자료 구조

$$Y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij} \qquad i = 1,2,\cdots,k \qquad j = 1,2,\cdots,n_k$$

$$\epsilon_{ij} \sim NID(0, \sigma^2)$$

여기서 Y_{ij} : 인자 수준 i에서 j번째 반응

μ_i : 인자 수준 i에서의 평균

ϵ_{ij} : 오차

분산분석(ANOVA)

자료 구조

$$Y_{ij} = \mu + (\mu_i - \mu) + \epsilon_{ij} \quad i = 1,2,\cdots,k \quad j = 1,2,\cdots,n_k$$

$$= \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$$

$$\epsilon_{ij} \sim NID(0, \sigma^2)$$

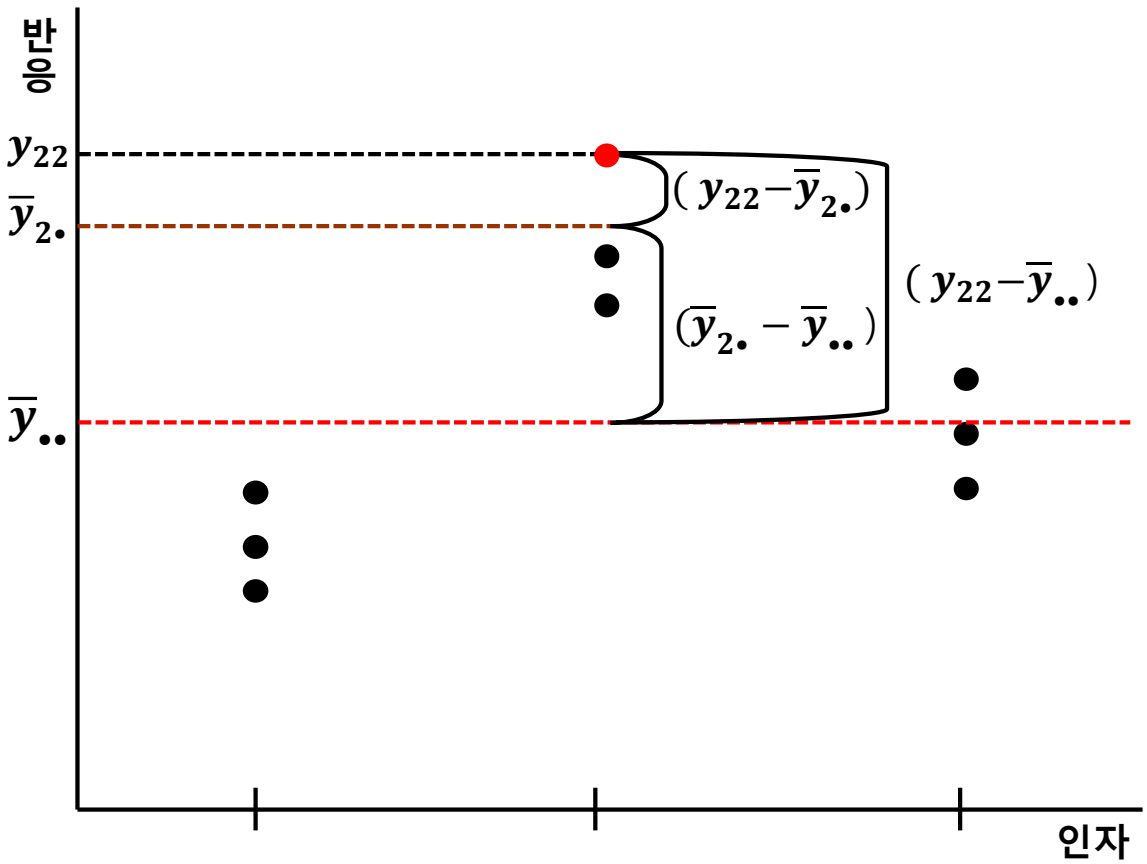
여기서 Y_{ij} : 인자 수준 i에서 j번째 반응

μ : 전체평균

τ_i : 인자 수준 i에서의 평균

ϵ_{ij} : 오차

분산분석(ANOVA)


반응
y_{22}
$\bar{y}_{2\cdot}$
$\bar{y}_{\cdot\cdot}$
$(y_{22}-\bar{y}_{2\cdot})$
$(\bar{y}_{2\cdot}-\bar{y}_{\cdot\cdot})$
$(y_{22}-\bar{y}_{\cdot\cdot})$
인자

분산분석(ANOVA)

$$
\begin{aligned}
Y_{ij} &= \hat{\mu} + \hat{\tau}_i + \hat{\epsilon}_{ij} \\
&= \hat{\mu} + (\hat{\mu}_i - \hat{\mu}) + \hat{\epsilon}_{ij} \\
&= \overline{Y}_{\bullet\bullet} + \left(\overline{Y}_{i\bullet} - \overline{Y}_{\bullet\bullet}\right) + \left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i\bullet}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\Rightarrow \left(Y_{ij} - \overline{Y}_{\bullet\bullet}\right) = \left(\overline{Y}_{i\bullet} - \overline{Y}_{\bullet\bullet}\right) + \left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i\bullet}\right)
$$

제곱합의 분해

$$(Y_{ij}-\overline{Y}_{\bullet\bullet}) = (\overline{Y}_{i\bullet}-\overline{Y}_{\bullet\bullet}) + (Y_{ij}-\overline{Y}_{i\bullet})$$

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(Y_{ij}-\overline{Y}_{\bullet\bullet})^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(\overline{Y}_{i\bullet}-\overline{Y}_{\bullet\bullet})^2 + \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(Y_{ij}-\overline{Y}_{i\bullet})^2$$

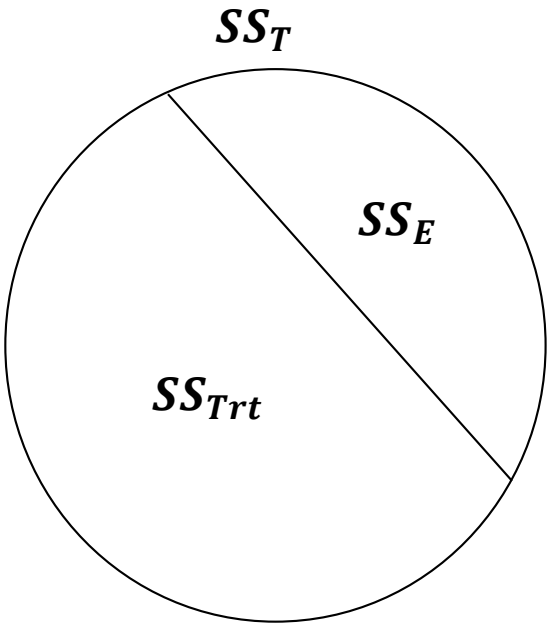
제곱합의 분해

$$SS_T = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{\bullet\bullet}\right)^2$$

$$SS_{Trt} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(\overline{Y}_{i\bullet} - \overline{Y}_{\bullet\bullet}\right)^2$$

$$SS_E = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i\bullet}\right)^2$$

$$\Rightarrow SS_T = SS_{Trt} + SS_E$$



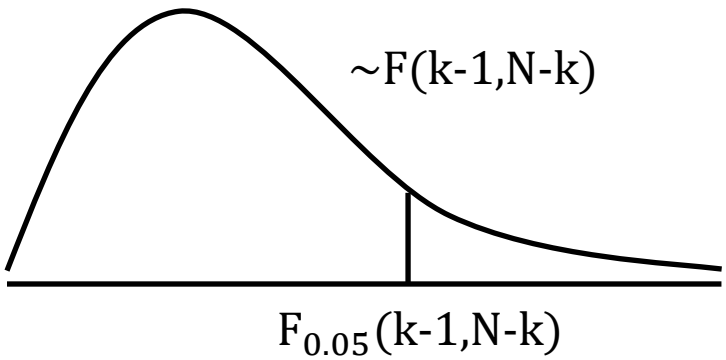
분산분석(ANOVA)

제곱합의 분해

Source	SS	df	MS	F(검정통계량)	P-value
Trt	SS_{Trt}	k-1	MS_{Trt}	MS_{Trt}/MS_E	
Error	SS_E	N-k	MS_E		
Total	SS_T	N-1			

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k \quad \text{vs} \quad H_1 : \text{not } H_0$$

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \text{not } H_0$$



제곱합의 분해

Source	SS	df	MS	F(검정통계량)	P-value
Trt	SS_{Trt}	k-1	MS_{Trt}	MS_{Trt}/MS_E	
Error	SS_E	N-k	MS_E		
Total	SS_T	N-1			

결정계수

$$R^2 = \frac{SS_{Trt}}{SS_T} = 1 - \frac{SS_E}{SS_T}$$

: 총제곱합 중 처리제곱합의 비율

⇒ 모형에 의해 설명되는 부분의 비율

사후검정

▶ 귀무가설이 기각되었다면?

즉, 적어도 한 집단의 평균에 차이가 있다면?

⇒ **두 집단씩 짝을 지어 어떤 집단의 평균이 다른 집단과 다른가를 검정**

$$H_{10} : \mu_1 = \mu_2 \quad \text{vs} \quad H_{11} : \text{not } H_{10}$$

$$H_{20} : \mu_2 = \mu_3 \quad \text{vs} \quad H_{21} : \text{not } H_{20}$$

$$H_{30} : \mu_1 = \mu_3 \quad \text{vs} \quad H_{31} : \text{not } H_{30}$$

사후검정

⇒ 유의수준 0.05 하에서 검정하려 하였으나, 검정하고자 하는 가설의 개수가 많아져 전체 검정 결과에 대한 제 1종 오류를 범할 확률이 5%보다 증가하게 됨

검정하고자 하는 가설의 개수	옳은 결정을 내릴 확률	제 1종 오류를 범할 확률
1	$1 - 0.05 = 0.95$	$1 - 0.95 = 0.05$
2	$(1 - 0.05)^2 = 0.90$	$1 - (1 - 0.05)^2 = 0.10$
3	$(1 - 0.05)^3 = 0.86$	$1 - (1 - 0.05)^3 = 0.14$
⋮	⋮	⋮
20	$(1 - 0.05)^{20} = 0.36$	$1 - (1 - 0.05)^{20} = 0.64$

사후검정

사후검정

▶ 다중비교(multiple comparison)

- 사후분석의 핵심: 여러 번의 검정으로 인해 증가되는 제 1종 오류를 범할 확률을 5% 미만으로 유지하는 데에 있음.
- 통계적 가설검정은 일반적으로 유의수준 0.05 하에서 수행
- 검정하고자 하는 가설의 개수가 많아질수록 전체 검정 결과에 대한 제 1종 오류를 범할 확률이 5%보다 증가.
  따라서, 전체 분석 결과에 대한 유의수준을 0.05로 조정
- 사후분석 기법: Bonferroni, Scheffe, Tukey, Duncan 등

분산분석(ANOVA)

자료의 이해

- In order to compare three different pain relief medications, researchers measure the pain of 20 participants twice. Pain is rated on a scale of 0-10, with 10 being "worst pain" and 0 being "no pain".

	id	drug	pre	post	delta
1	1	1	9	4	5.00
2	2	1	8	3	5.00
3	3	1	7	2	5.00
4	4	1	8	3	5.00
5	5	1	8	4	4.00
6	6	1	9	3	6.00
7	7	1	8	2	6.00
8	8	2	8	6	2.00
9	9	2	8	7	1.00
10	10	2	7	8	-1.00
11	11	2	8	7	1.00
12	12	2	8	6	2.00
13	13	2	9	6	3.00
14	14	2	7	8	-1.00
15	15	3	8	6	2.00
16	16	3	9	5	4.00
17	17	3	9	4	5.00
18	18	3	9	4	5.00
19	19	3	9	5	4.00
20	20	3	9	3	6.00

id: 환자고유번호

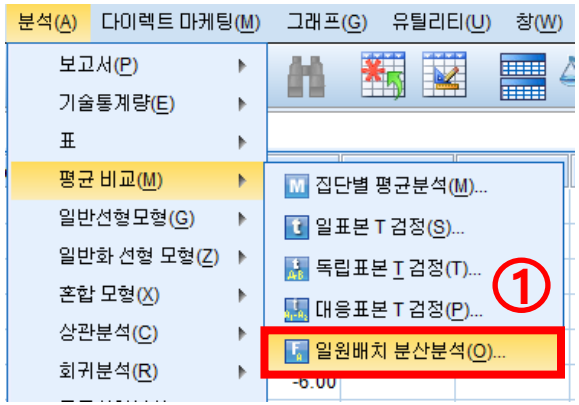
drug: 1(A)/2(B)/3(C)

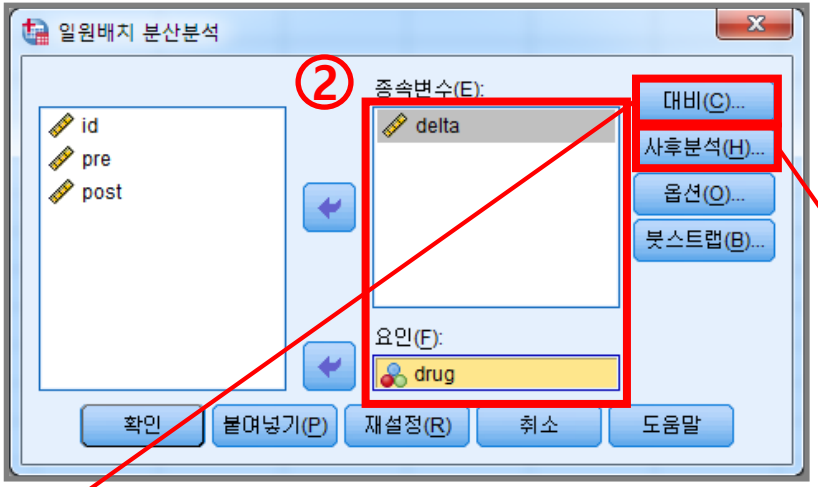
pre: 사전점수

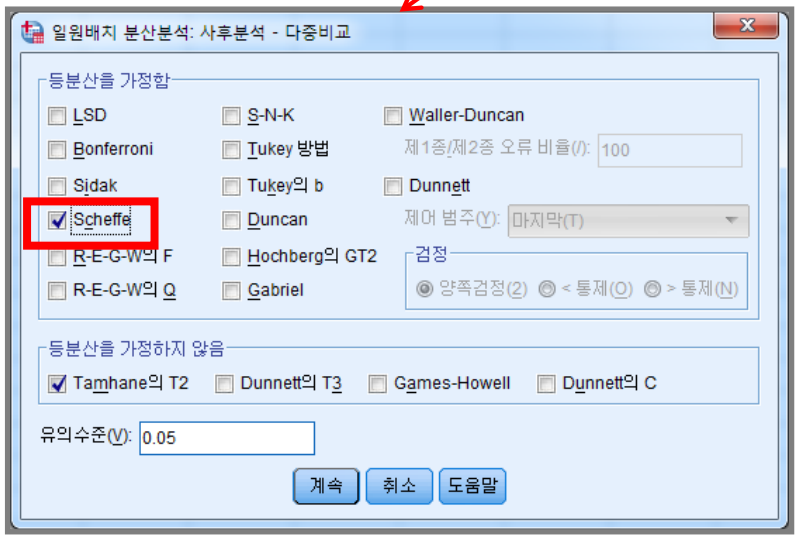
post: 사후점수

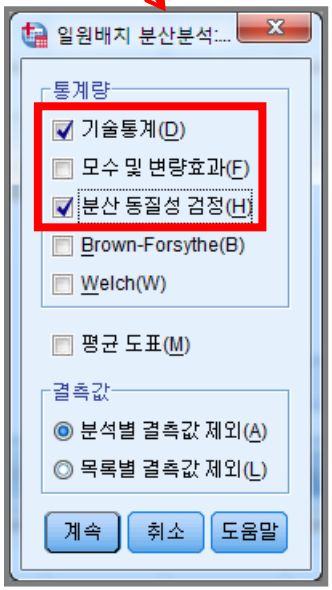
delta: 변화량(pre-post)

분산분석 SPSS 수행 절차









분산분석 SPSS 결과 해석 (1/3)

기술통계

delta

	N	평균	표준편차	표준오차	평균에 대한 95% 신뢰구간		최소값	최대값
					하한값	상한값		
A	7	5.1429	.69007	.26082	4.5047	5.7811	4.00	6.00
B	7	1.0000	1.52753	.57735	-.4127	2.4127	-1.00	3.00
C	6	4.3333	1.36626	.55777	2.8995	5.7671	2.00	6.00
합계	20	3.4500	2.21181	.49458	2.4148	4.4852	-1.00	6.00

분산의 동질성 검정

delta

Levene 통계량	df1	df2	유의확률
1.483	2	17	.255

→ **등분산가정 만족**

분산분석

delta

	제곱합	df	평균 제곱	거짓	유의확률
집단-간	66.760	2	33.380	21.667	.000
집단-내	26.190	17	1.541		
합계	92.950	19			

ANOVA검정 결과, 유의확률이 <.001이므로 유의수준 5% 하에서

'세 집단 간 평균에는 통계학적으로 유의한 차이가 있다'고 할 수 있다.

⇒ **사후분석**이 필요!

분산분석 SPSS 결과 해석 (2/3)

사후검정

다중 비교

종속 변수:delta

	(I) drug	(J) drug	평균차(I-J)	표준오차	유의확률	95% 신뢰구간 하한값	95% 신뢰구간 상한값
Scheffe	A	B	4.14286*	.66346	.000	2.3647	5.9210
		C	.80952	.69055	.516	-1.0412	2.6603
	B	A	-4.14286*	.66346	.000	-5.9210	-2.3647
		C	-3.33333*	.69055	.001	-5.1841	-1.4826
	C	A	-.80952	.69055	.516	-2.6603	1.0412
		B	3.33333*	.69055	.001	1.4826	5.1841
Tamhane	A	B	4.14286*	.63353	.000	2.2592	6.0265
		C	.80952	.61574	.542	-1.0977	2.7167
	B	A	-4.14286*	.63353	.000	-6.0265	-2.2592
		C	-3.33333*	.80277	.005	-5.5908	-1.0759
	C	A	-.80952	.61574	.542	-2.7167	1.0977
		B	3.33333*	.80277	.005	1.0759	5.5908

*. 평균차는 0.05 수준에서 유의합니다.

등분산가정 만족

등분산가정 위배

등분산가정 만족: Levene's test p=0.255

유의수준 5% 하에서 치료효과는 치료법 'A'와 'C'가 치료법 'B'보다 유의하게 높은 것을 알 수 있다.

분산분석 SPSS 결과 해석 (3/3)

분산분석

delta

	제곱합	df	평균 제곱	거짓	유의확률
집단-간	66.760	2	33.380	21.667	.000
집단-내	26.190	17	1.541		
합계	92.950	19			

분산분석 결과, 세 종류 약제에 따른 평균 차이는 통계적으로 유의한 것으로 관측됨. 따라서, 사후검정으로 다중비교 수행

다중 비교

delta
Scheffe

(I) drug	(J) drug	평균차(I-J)	표준오차	유의확률	95% 신뢰구간 하한값	95% 신뢰구간 상한값
A	B	4.14286*	.66346	.000	2.3647	5.9210
	C	.80952	.69055	.516	-1.0412	2.6603
B	A	-4.14286*	.66346	.000	-5.9210	-2.3647
	C	-3.33333*	.69055	.001	-5.1841	-1.4826
C	A	-.80952	.69055	.516	-2.6603	1.0412
	B	3.33333*	.69055	.001	1.4826	5.1841

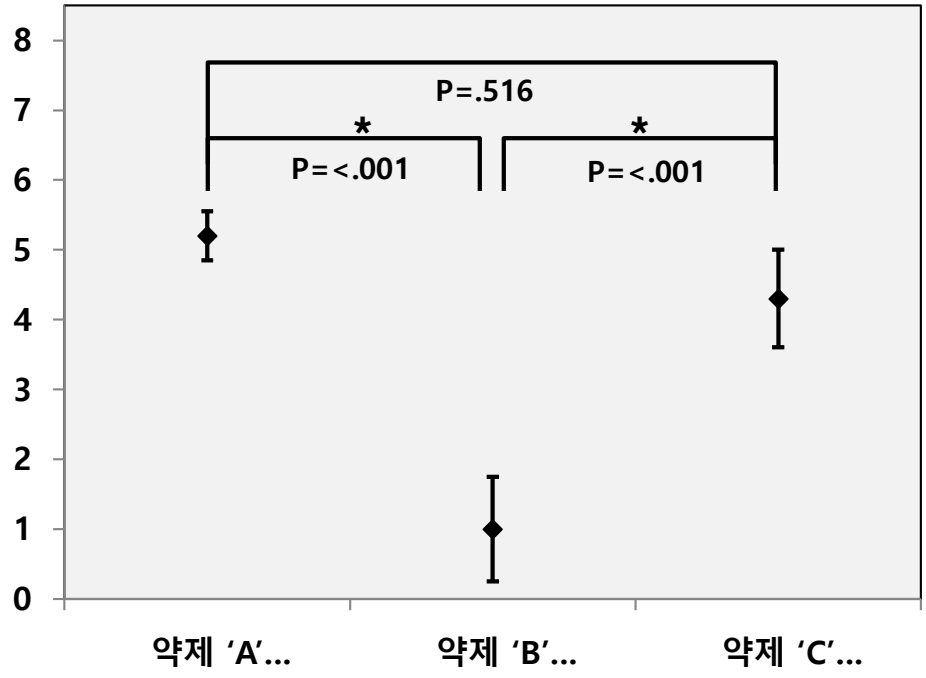
*. 평균차는 0.05 수준에서 유의합니다.

A와 B, B와 C약제 간 평균은 통계적으로 유의미한 차이가 존재함.

분산분석(ANOVA)

세 집단 비교 결과 제시 (1/2)

요인	약제 'A' (n=7)	약제 'B' (n=7)	약제 'C' (n=6)	P value
통증점수	5.1±0.7	1.0±1.5	4.3±1.4	<.001

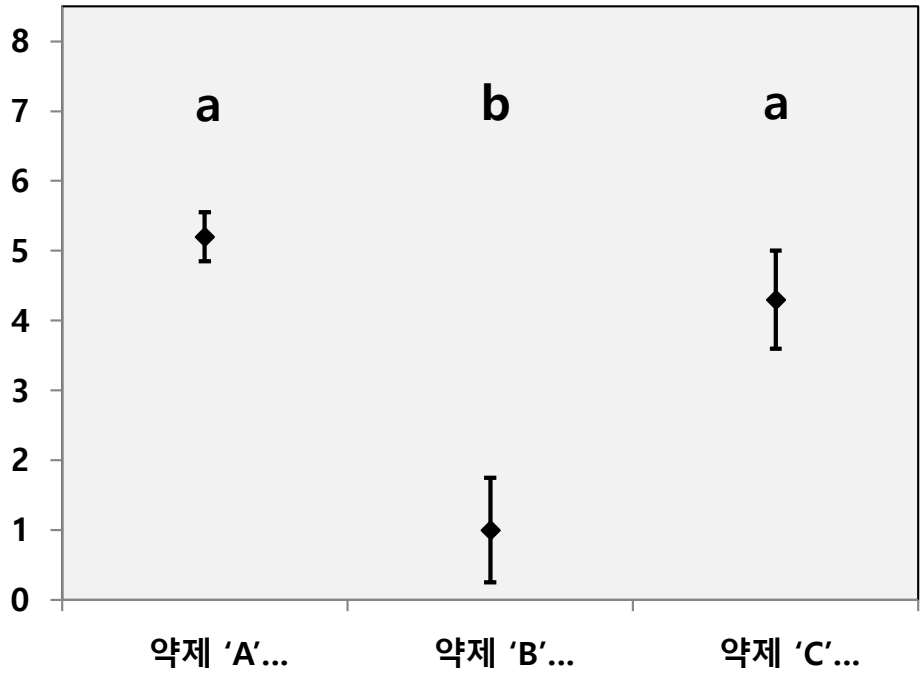


세 집단 비교 결과 제시 (2/2)

- Means sharing the same superscript are not significantly different from each other (P<0.05).

or

- Means that have no superscript in common are significantly different from each other (P<0.05).



크루스칼 월리스 검정(Kruskal-Wallis Test)

ANOVA의 비모수 검정

서로 독립인 세 집단 이상의 평균차이 비모수적 검정

크루스칼 월리스 검정(Kruskal-Wallis Test)

크루스칼 월리스 검정(Kruskal-Wallis Test)

1. Rank the entire dataset from lowest to highest. Handle ties by assigning the average of the tied ranks to all involved in the tie.
2. Compute $\bar{r}_i$ as the mean of the ranks for group i, for each of the k groups.
3. The test statistic is:

Like SS_{Trt}

$$H = (N-1)\frac{\sum n_i(\bar{r}_i - \bar{r})^2}{\sum(r-\bar{r})^2}$$

Sums of Squares

Like SS_T

where,

N = the total number of obs in the sample

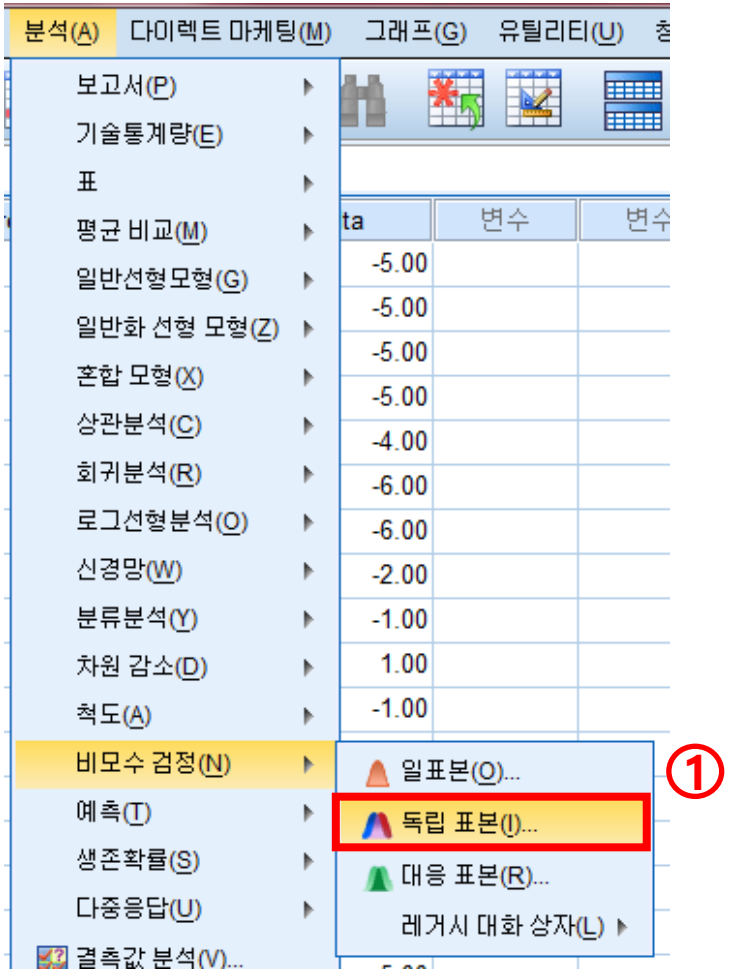
n_i = the number of obs in group i

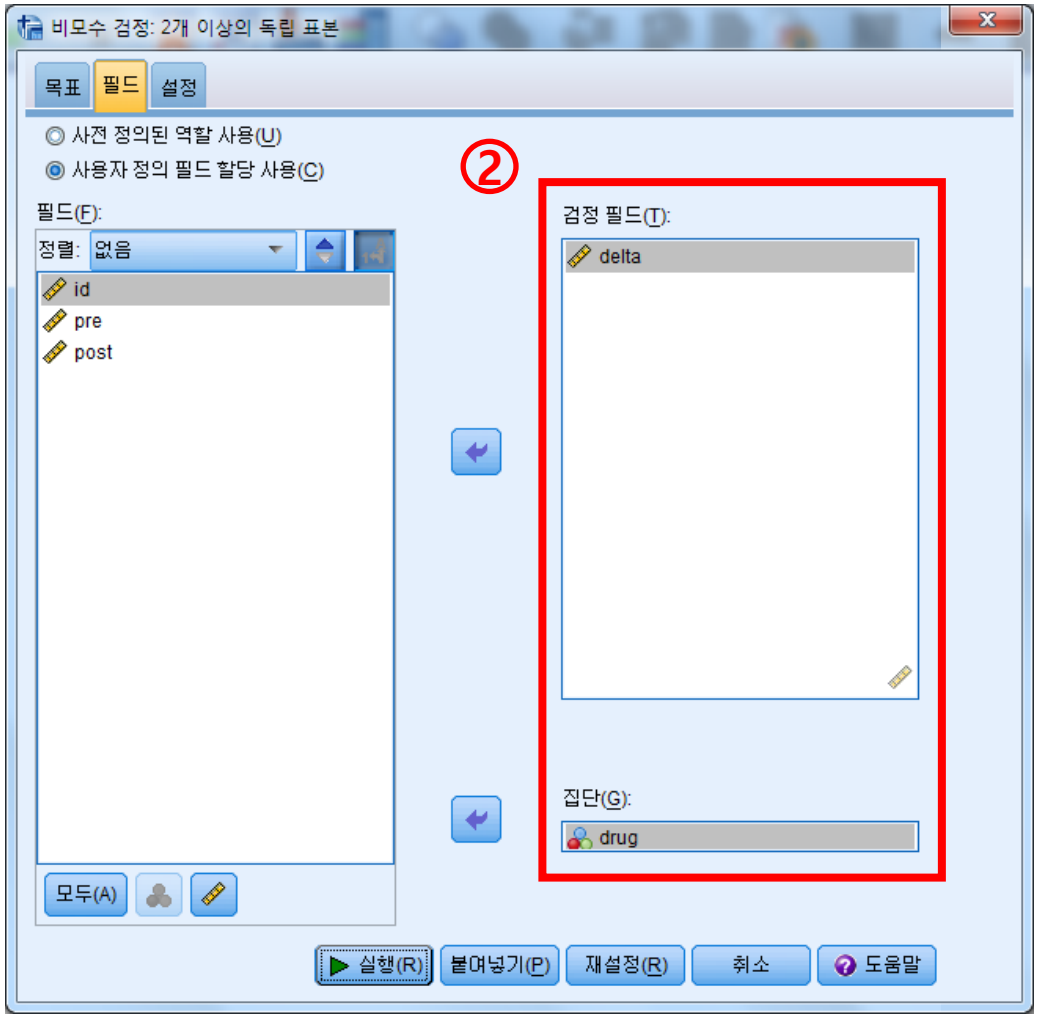
$\bar{r}_i$ = the average of the ranks in group i

$\bar{r}$ = the average of the ranks

크루스칼 월리스 검정(Kruskal-Wallis Test)

크루스칼 월리스 검정 SPSS 수행 절차

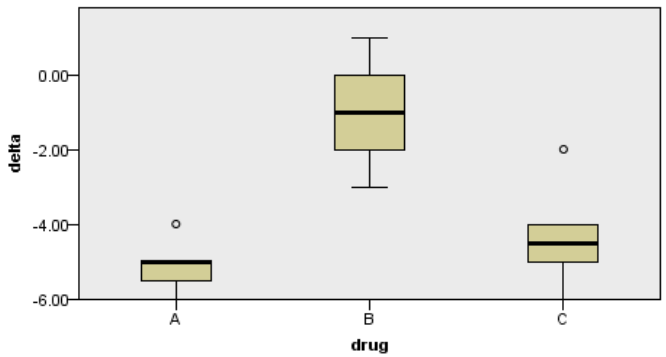




크루스칼 월리스 검정(Kruskal-Wallis Test)

크루스칼 월리스 검정 결과 해석

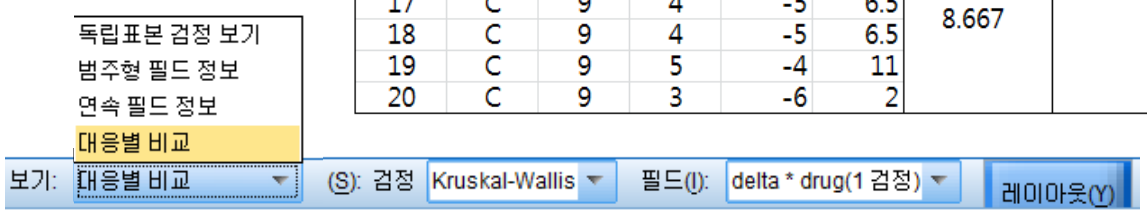
독립표본 Kruskal-Wallis 검정



합계 N	20
검정 통계량	13.093
자유도	2
근사 유의수준 (양쪽검정)	.001

1. 검정 통계량이 동률로 수정됩니다.

id	drug	pre	post	delta	rank	$\bar{r}_i$	$\bar{r}$
1	A	9	4	-5	6.5	5.857	10.5
2	A	8	3	-5	6.5		
3	A	7	2	-5	6.5		
4	A	8	3	-5	6.5		
5	A	8	4	-4	11		
6	A	9	3	-6	2		
7	A	8	2	-6	2		
8	B	8	6	-2	15	16.714	
9	B	8	7	-1	17.5		
10	B	7	8	1	19.5		
11	B	8	7	-1	17.5		
12	B	8	6	-2	15		
13	B	9	6	-3	13		
14	B	7	8	1	19.5		
15	C	8	6	-2	15	8.667	
16	C	9	5	-4	11		
17	C	9	4	-5	6.5		
18	C	9	4	-5	6.5		
19	C	9	5	-4	11		
20	C	9	3	-6	2		



$$H = (N-1)\frac{\sum n_i(\bar{r}_i - \bar{r})^2}{\sum (r-\bar{r})^2} = (20-1)\frac{7\cdot(5.857-10.5)^2 + 7\cdot(16.714-10.5)^2 + 6\cdot(8.667-10.5)^2}{(6.5-10.5)^2 + (6.5-10.5)^2 + \cdots + (2-10.5)^2}$$

$$= 13.093$$

Dunn's post-hoc test (1/3)

▶ Dunn's post-hoc test

$$\bar{R}_i = R_i / n_i$$

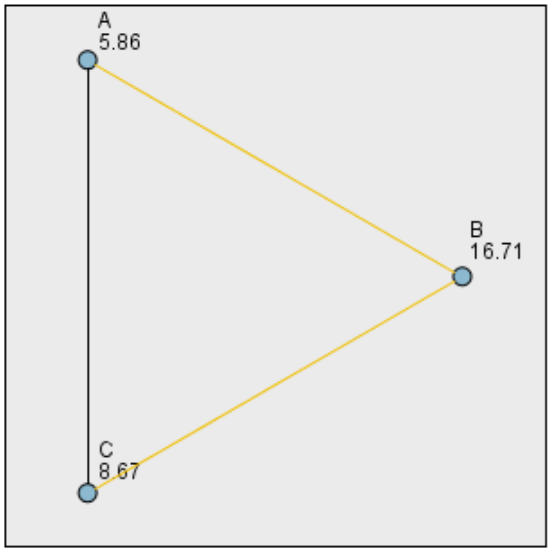
where R_i is sum of the ranks in sample i

$$\sigma_{A,B} = \sqrt{\left(\frac{N(N+1)}{12} - \frac{\sum_{j=1}^{k} t_j^3 - t_j}{12(N-1)}\right) \times \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}$$

$$z_{A,B} = \frac{\bar{R}_A - \bar{R}_B}{\sigma_{A,B}} \sim N(0, 1^2)$$

Dunn's post-hoc test (2/3)

drug의 대응별 비교



id	drug	pre	post	delta	rank
1	A	9	4	-5	6.5
2	A	8	3	-5	6.5
3	A	7	2	-5	6.5
4	A	8	3	-5	6.5
5	A	8	4	-4	11
6	A	9	3	-6	2
7	A	8	2	-6	2
8	B	8	6	-2	15
9	B	8	7	-1	17.5
10	B	7	8	1	19.5
11	B	8	7	-1	17.5
12	B	8	6	-2	15
13	B	9	6	-3	13
14	B	7	8	1	19.5
15	C	8	6	-2	15
16	C	9	5	-4	11
17	C	9	4	-5	6.5
18	C	9	4	-5	6.5
19	C	9	5	-4	11
20	C	9	3	-6	2

$$\bar{R}_A = \frac{R_A}{n_A} = \frac{6.5 + 6.5 + \cdots + 2}{7} = \frac{41}{7} = 5.857$$

$$\bar{R}_B = \frac{R_B}{n_B} = \frac{15 + 17.5 + \cdots + 19.5}{7} = \frac{117}{7} = 16.714$$

$$\bar{R}_C = \frac{R_C}{n_C} = \frac{15 + 11 + \cdots + 2}{6} = \frac{52}{7} = 8.667$$

크루스칼 월리스 검정(Kruskal-Wallis Test)

Dunn's post-hoc test (3/3)

각 노드는 drug의 표본 평균 순위를 보여줍니다.

표본1-표본2	검정 통계량	표준 오차	표준 검정 통계량	유의수준	조정된 유의수준
A-C	-2.810	3.230	-.870	.384	1.000
A-B	-10.857	3.103	-3.498	.000	.001
C-B	8.048	3.230	2.491	.013	.038

각 행은 표본 1과 표본 2 분포가 동일한 널 가설을 검정합니다.
근사 유의수준(양쪽 검정)이 표시됩니다. 유의수준이 .05입니다.

$$\sigma_{A,B} = \sqrt{\left(\frac{20(20+1)}{12} - \frac{(3^3-3)+\cdots+(2^3-2)}{12(20-1)}\right) \times \left(\frac{1}{7}+\frac{1}{7}\right)} = 3.103$$

$$\sigma_{A,C} = \sigma_{B,C} = \sqrt{\left(\frac{20(20+1)}{12} - \frac{(3^3-3)+\cdots+(2^3-2)}{12(20-1)}\right) \times \left(\frac{1}{7}+\frac{1}{6}\right)} = 3.230$$

$$z_{A,B} = \frac{\bar{R}_A - \bar{R}_B}{\sigma_{A,B}} = \frac{5.857 - 16.714}{3.103} = -3.498$$

$$z_{A,C} = \frac{\bar{R}_A - \bar{R}_C}{\sigma_{A,C}} = \frac{5.857 - 8.667}{3.230} = -0.870$$

$$z_{B,C} = \frac{\bar{R}_B - \bar{R}_C}{\sigma_{B,C}} = \frac{16.714 - 8.667}{3.230} = 2.491$$

id	drug	pre	post	delta	rank
1	A	9	4	-5	6.5
2	A	8	3	-5	6.5
3	A	7	2	-5	6.5
4	A	8	3	-5	6.5
5	A	8	4	-4	11
6	A	9	3	-6	2
7	A	8	2	-6	2
8	B	8	6	-2	15
9	B	8	7	-1	17.5
10	B	7	8	1	19.5
11	B	8	7	-1	17.5
12	B	8	6	-2	15
13	B	9	6	-3	13
14	B	7	8	1	19.5
15	C	8	6	-2	15
16	C	9	5	-4	11
17	C	9	4	-5	6.5
18	C	9	4	-5	6.5
19	C	9	5	-4	11
20	C	9	3	-6	2

$t_1 = 3$
$t_2 = 6$
$t_3 = 3$
$t_4 = 3$
$t_5 = 2$
$t_6 = 2$

논문 작성 시 요약방법

논문 작성 예시

STATISTICAL ANALYSIS

Data were summarized by their mean and SD (standard deviation) for numeric variables. Differences in study participants' characteristics were compared across subgroups with the analysis of variance (ANOVA) with Tukey's post-hoc test or Kruskal-Wallis test with Dunn's post-hoc test as appropriate. To check if its distribution is normal, we used Shapiro-Wilk's test. For the graphical display, error-bar chart was also presented. P values lower than 0.05 were considered statistically significant. All statistical analyses were carried out using SPSS 24.0

Table 2. Mean Shear Bond Strength Values (MPa) of three groups

	Single bond			All bond universal			Tetric N bond		
Group	n	mean±SD		n	mean±SD		n	mean±SD	
Control	17	17.19±4.62	a	17	18.24±5.40	a	18	16.83±4.87	a
S-1	16	9.86±4.06	b	15	8.57±3.55	b	17	8.18±2.77	d
S-2	19	11.55±3.84	b	17	10.48±4.33	b	16	11.16±4.44	cd
S-3	16	18.26±4.78	a	17	17.13±3.86	a	17	17.01±5.68	a
S-4	18	10.16±3.16	b	16	10.86±3.91	b	17	11.48±3.29	cd
S-5	17	10.56±3.19	b	18	10.29±2.72	b	20	12.50±3.75	bc
S-6	17	16.99±5.78	a	15	17.41±4.24	a	15	16.30±3.36	ab
P value		<.001[1]			<.001[2]			<.001[1]	

Values are the mean±SD and means with different scripts are different from each other (P<0.05).

[1] P values were derived from analysis of variance and Tukey's post-hoc test was used for multiple comparisons.

[2] P values were derived from Kruskal-Wallis test and Dunn's post-hoc test was used for multiple comparisons. Shapiro-Wilk's test was employed for test of normality assumption.

에이스통계컨설팅 제공

THANKS FOR YOUR ATTENTION

에이스통계컨설팅
ACE Statistical Consulting